

1

SISTEME DE REGLARE AUTOMATĂ

1.1. SISTEME AUTOMATE

Sistemul reprezintă un ansamblu de elemente cu caracteristici proprii, care se manifestă și interacționează între ele și cu exteriorul, după anumite reguli și legi, ca un tot unitar, în vederea menținerii și realizării unui sens, obiectiv, scop. Intregul univers este alcătuit din sisteme fizice, fiecare sistem fiind, la rândului lui, structurat ca o conexiune de sisteme (subsisteme).

Principalele caracteristici ale sistemelor sunt: *caracterul structural, caracterul unitar, caracterul cauzal, caracterul dinamic și caracterul informațional*. Conform *principiului cauzalității*, orice efect este rezultatul unei cauze, iar efectul este întârziat față de cauză; în plus, cauze identice generează în aceleași condiții efecte identice. Caracterul *informațional* reflectă proprietatea unui sistem de a primi, prelucra, memora și transmite în exterior (altor sisteme) informație. La sistemele fizice (reale), mărimile utilizate ca suport pentru transmisia și stocarea informației se numesc *semnale*.

La un *sistem fizic*, interacțiunea subsistemelor componente (între ele și cu exteriorul sistemului) are loc pe baza legilor fizico-chimice generale, prin intermediul fluxurilor de masă și energie, purtătoare de informație. Sistemele fizice pot fi *naturale* sau *artificiale* (create de om).

Teoria sistemelor operează cu conceptul de *sistem abstract*, de obicei sub forma unui *model matematic*, care permite descrierea și simularea caracteristicilor și comportamentului dinamic al unei clase de sisteme fizice. Teoria și ingineria sistemelor dezvoltă un mod de gândire logic și unitar (așa zis „sistemic”), bazat pe principiul cauzalității, care oferă posibilitatea abordării interdisciplinare a realității înconjurătoare.

La sistemele de tip I-S-E, transferul intrare-ieșire se realizează în mod indirect, prin intermediul stării. Transferul intrare-stare ($I \rightarrow S$) are loc cu întârziere strictă, după o dinamică proprie sistemului, în timp ce transferul stare-ieșire ($S \rightarrow E$) se realizează instantaneu. În cazul unor sisteme care respectă la limită principiul cauzalității, există un canal direct intrare-ieșire ($I \rightarrow E$) prin care transferul se realizează instantaneu. La aceste sisteme, mărimea de ieșire are o componentă ce urmărește instantaneu variațiile mărimii de intrare. Sistemele triviale de tip *static* (fără memorie, fără stare) conțin doar canalul direct intrare-ieșire (cazul unui sistem mecanic tip pârghie rigidă și articulație fără joc sau al unui circuit electric pur rezistiv). La aceste sisteme, mărimea de ieșire urmărește instantaneu variațiile mărimii de intrare. Sistemele netriviale, la care mărimea de ieșire urmărește cu întârziere variațiile mărimii de intrare, se numesc sisteme *dinamice*.

Variabila de stare $X(t)$ are două funcții: *funcția de mediere* a transferului întârziat între variabila de intrare și variabila de ieșire și *funcția de acumulare* într-o formă cât mai concisă a întregii informații utile privind evoluția anterioară a sistemului, astfel încât starea inițială X_0 la momentul inițial $t_0=0$ și intrarea U pe intervalul $[0, t]$ să determine complet starea X la momentul t . Numărul n al componentelor variabilei vectoriale de stare X reprezintă *ordinul* sau *dimensiunea* sistemului.

La sistemele de tip I-E (care nu conțin în mod explicit mărimi de stare), transferul intrare-ieșire se realizează direct (fig. 1.1, b), cu întârziere strictă (la sistemele dinamice) sau instantaneu (la sistemele de tip static).

În afara mărimilor variabile de intrare, de stare și de ieșire, în descrierea comportamentului unui sistem intervin și unele mărimi constante sau pseudo-constante, numite *parametri*. La sistemele fizice, *mărimile parametrice* sunt de regulă mărimi ce caracterizează proprietățile fizico-chimice ale elementelor din componența sistemului: densitate, viscozitate, lungime, arie, volum, rezistență electrică, capacitate electrică, capacitate calorică, conductivitate termică etc.

Sistemele automate sunt sisteme tehnice de supraveghere (monitorizare) și comandă a proceselor și instalațiilor tehnologice, fără intervenția directă a omului.

Modelarea unui sistem fizic, adică operația de obținere a modelului matematic, se poate efectua prin *metode analitice, experimentale sau mixte*.

Operația de modelare analitică (pe baza legilor fizico-chimice ce guvernează procesele și fenomenele specifice sistemului) se bazează pe luarea în considerație a unor ipoteze de lucru, cu rol simplificator. După modul de alegere a ipotezelor simplificatoare și gradul de concordanță a acestora cu fenomenul real, modelul obținut este mai simplu sau mai complex, reflectând realitatea fizică cu un grad de precizie mai mare sau mai mic. Dacă numărul ipotezelor simplificatoare luate în considerație este mare, atunci modelul obținut este simplu, robust, ușor de prelucrat și de interpretat, dar mai puțin precis. Nici modelele foarte complicate nu sunt recomandate, din cauza lipsei de acuratețe în determinarea unor parametri, a complexității calcululelor analitice, a erorilor de rotunjire și trunchiere care apar în procesarea numerică etc.

Modelarea experimentală (numită și *identificare*) presupune efectuarea unor teste directe asupra sistemului fizic, permițând fie identificarea globală a sistemului (cazul sistemelor de tip *black box*), fie numai determinarea valorii unor parametri ai modelului, atunci când se cunoaște structura și forma modelului (din modelarea analitică). Cel mai simplu și utilizat test de identificare a unui sistem monovariabil (cu o singură intrare și o singură ieșire) constă în *modificarea treaptă* a mărimii de intrare și înregistrarea grafică a răspunsului sistemului. Testul trebuie efectuat atunci când sistemul se află în regim de echilibru staționar (cu mărimile de intrare și de ieșire constante, fără tendință de modificare).

Simularea este operația prin care se determină proprietățile, caracteristicile și comportamentul dinamic al unui sistem pe baza modelului matematic al acestuia. Precizia de simulare este dată în principal de precizia și acuratețea modelului matematic. Simularea se face de obicei cu ajutorul calculatorului, utilizând programe de simulare în timp rapid (pachetele de programe de reglare CONTROL SYSTEM și SIMULINK din mediul MATLAB etc.) sau în timp real (mediile pentru aplicații în timp real RTK, LABVIEW etc.)

Sistemele *continue* (netede sau analogice) sunt acelea la care mărimile de intrare și de ieșire iau valori la toate momentele de timp $t \in \mathbf{R}$, iar răspunsul $Y(t)$ este continuu (fără variații bruște) pentru orice variație continuă a mărimii de intrare continuă $U(t)$. Sistemele dinamice continue sunt descrise prin *ecuații diferențiale*.

Sistemele *discrete* (numerice sau digitale) sunt acele sisteme la care mărimile de intrare și de ieșire iau valori numai la momentele de timp discrete $t_k = kT$, unde

T este perioada (tactul) și $k \in \mathbf{Z}$. De regulă, perioada de discretizare a timpului se alege egală cu 1, caz în care $t \in \mathbf{Z}$. Sistemele discrete sunt descrise prin *ecuații cu diferențe*. Sistemele fizice discrete sunt sisteme artificiale, create de om. Unele sisteme discrete sunt reprezentări matematice cvasiechivalente ale sistemelor continue, utilizate la simularea numerică a comportamentului sistemelor continue cu ajutorul calculatorului.

Sistemele care conțin atât elemente continue cât și elemente discrete se numesc *sisteme cu eșantionare* sau *sisteme eșantionate*. Interconectarea subsistemelor continue și discrete se realizează prin intermediul convertoarelor analog-numeric și numeric-analogice. Semnalele numerice obținute prin *eșantionarea* (discretizarea) periodică a semnalelor continue se numesc *semnale eșantionate*. Teoretic, frecvența de eșantionare a unui semnal continuu care conține și o componentă oscilantă trebuie să fie cel puțin dublul frecvenței componentei oscilante (*regula lui Shannon*). În aplicațiile practice, frecvența de eșantionare se alege cel puțin de 5...10 ori mai mare decât valoarea minimă impusă de regula lui Shannon.

Sistemele *liniare* sunt acelea care verifică *principiul superpoziției* (suprapunerii efectelor): *suma efectelor cauzelor este egală cu efectul sumei cauzelor*, adică

$$E(c_1) + E(c_2) + \dots + E(c_k) = E(c_1 + c_2 + \dots + c_k),$$

unde prin $E(c_i)$ am notat efectul cauzei c_i .

Sistemul obținut prin interconectarea a două sau mai multor subsisteme liniare este, de asemenea, liniar. Reciproca acestei afirmații nu este întotdeauna adevărată, adică liniaritatea unui sistem nu implică în mod necesar liniaritatea subsistemelor componente.

Sistemele *neliniare* sunt acele sisteme care nu satisfac în toate cazurile principiul superpoziției (adică acele sisteme care nu sunt liniare). Modul neconstructiv de definire a sistemelor neliniare (prin negarea unei proprietăți) și multitudinea modurilor de manifestare a neliniarității conduc la ideea imposibilității construirii unei teorii unitare a sistemelor neliniare. În consecință, sistemele neliniare sunt studiate pe *clase de sisteme*, definite constructiv pe baza unor proprietăți comune (de exemplu, clasa sistemelor continue și liniare pe porțiuni, clasa sistemelor cu caracteristică statică de tip releu, clasa sistemelor neliniare de

ordinul unu etc.). Pentru sistemele liniare există o *teorie unitară*, suficient de riguroasă și încheată, care permite studiul acestora într-un mod unitar, mai simplu și mai precis. De aceea, sistemele care au neliniarități slabe în domeniul de funcționare studiat sunt considerate, de regulă, ca fiind liniare sau liniare pe porțiuni. Sistemele liniare sunt descrise prin ecuații matematice liniare (algebrice, diferențiale sau cu diferențe), iar sistemele neliniare prin ecuații neliniare. Ecuațiile liniare conțin numai termeni de gradul zero sau unu în raport cu variabilele sistemului, iar termenii de gradul unu conțin doar o singură variabilă (sau derivată a acesteia).

Raportate la întregul domeniu posibil de variație a mărimii de intrare, sistemele fizice sunt sisteme neliniare, dar majoritatea lor pot fi considerate ca fiind liniare într-un domeniu limitat de funcționare. La ambele capete ale domeniului liniar există zone de neliniaritate (de blocare și de saturație), care limitează valoarea mărimilor fizice de ieșire.

La sistemele fizice liniare, prin convenție, variabilele de intrare și de ieșire reprezintă *variațiile* mărimilor fizice respective față de valorile lor inițiale. Prin urmare, dacă sistemul se află în regim staționar înainte de momentul inițial $t_0 = 0$ (așa cum se consideră la sistemele de tip intrare-ieșire), atunci toate variabilele sistemului sunt nule pentru $t < 0$ (sunt de tip *original*).

Sistemele fizice *statice* nu conțin în componența lor elemente capabile să înmagazineze și să transfere cantități semnificative de masă și energie. Sistemele statice sunt descrise prin ecuații algebrice. Sistemele *dinamice (cu memorie)* se caracterizează prin prezența regimurilor tranzitorii. Sistemele fizice dinamice includ în componența lor elemente capabile să acumuleze și să transfere, cu viteză finită, cantități semnificative de masă și energie.

Studiul unui sistem complex, alcătuit din mai multe subsisteme interconectate, este considerabil mai simplu atunci când o parte din subsisteme sunt de tip static. În multe aplicații, un subsistem este considerat de tip static atunci când are un timp de răspuns neglijabil (de cel puțin 5...10 ori mai mic) față de timpul de răspuns al celui mai lent subsistem din componența sistemului studiat.

Unui sistem dinamic i se poate asocia un *model dinamic* (format din ecuații diferențiale sau cu diferențe) - pentru caracterizarea regimului de funcționare dinamic, și un *model staționar* (format din ecuații algebrice, ca în cazul sistemelor statice) - pentru caracterizarea regimului de funcționare staționar (caracterizat prin

constanța în timp a mărimilor de intrare și de ieșire). Modelul dinamic include și modelul staționar, ultimul putând fi obținut din primul printr-o particularizare convenabilă (prin anularea derivatelor de timp ale mărimilor unui sistem continuu, respectiv prin egalarea valorilor mărimilor unui sistem discret la toate momentele de timp). Modelul staționar nu conține variabila timp t .

Sistemele *cu parametri constanți* (numite și *invariante*) au o structură fixă și parametri interni constanți în timp, iar sistemele *cu parametri variabili* (numite și *variante*) au cel puțin un parametru intern variabil în timp. Sistemele cu parametri constanți sunt descrise prin ecuații cu coeficienți constanți, iar sistemele cu parametri variabili prin ecuații cu coeficienți variabili în timp.

Sistemele *monovariabile* au o singură intrare și o singură ieșire. Sistemele *multivariabile* au cel puțin două variabile scalare de intrare și două variabile scalare de ieșire; în plus, cel puțin o ieșire este influențată de minimum două intrări. Sistemele monovariabile se mai numesc sisteme SISO (single input-single output), iar sistemele multivariabile se mai numesc sisteme MIMO (multi input-multi output).

În cazul sistemelor fizice la care viteza de propagare a fenomenului este relativ redusă (cazul proceselor cu transfer de masă pe distanțe mari și al celor cu transfer caloric), între mărimile de ieșire și mărimile de intrare poate fi evidențiată o întârziere pură, de tip *timp mort*. Astfel, dacă mărimea de intrare se modifică sub formă de treaptă la momentul $t_0 = 0$ (fig. 1.2), efectul devine observabil la ieșire începând de la un anumit moment $\tau > 0$. Intervalul de timp τ în care efectul este insesizabil la ieșire se numește *timp mort*.

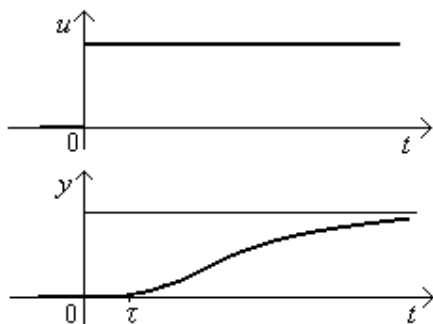


Fig. 1.2. Răspunsul la intrare treaptă al unui sistem cu timp mort.

Analiza și sinteza (proiectarea) sistemelor cu timp mort este mult mai dificilă decât la sistemele fără timp mort. În cazul cel mai simplu, ecuațiile matematice ale

sistemelor cu timp mort conțin variabila de intrare $u(t-\tau)$ în locul variabilei de intrare $u(t)$.

Sistemele deschise (cu structură deschisă) sunt caracterizate printr-un flux de informație *unidirecțional*. *Sistemele închise* (cu structură închisă sau cu buclă închisă) sunt sisteme la care poate fi evidențiat un flux de informație *bidirecțional*, prin care mărimea de ieșire a unui element al sistemului influențează starea viitoare a elementului respectiv, prin intermediul altor elemente ale sistemului (în cadrul unei bucle de reacție).

Un sistem automat (SA) este alcătuit din două părți principale: *procesul de automatizat* (P) și *dispozitivul de automatizare* (DA). Uneori este mai convenabil să considerăm sistemul automat ca fiind format din *partea fixată* (PF) și *dispozitivul de comandă* (DC). În cazul sistemelor automate de reglare, partea fixată conține *procesul*, *traductorul* și *elementul de execuție*, iar dispozitivul de comandă se numește *regulator*.

În figura 1.3, sistemele automate cu structurile (a) și (b) sunt sisteme deschise, iar cele cu structura (c) sunt sisteme închise. Sistemul cu structura (a) este un sistem de *supraveghere* sau *monitorizare automată* (de măsurare și/sau semnalizare), sistemul cu structura (b) este un sistem de *comandă automată în buclă deschisă*, iar sistemul cu structura (c) este un *sistem de reglare automată în buclă închisă*.

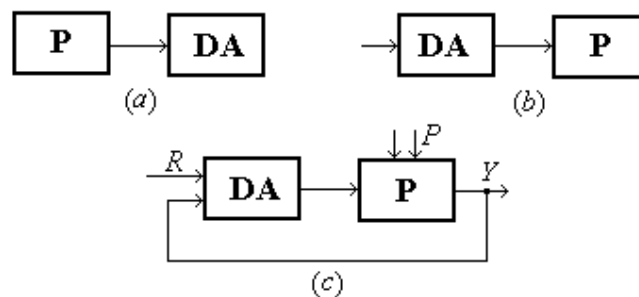


Fig. 1.3. Sisteme automate deschise și închise.

Sistemele automate *electronice* sunt superioare sistemelor pneumatice și hidraulice în privința performanțelor tehnice și a posibilităților de cuplare la echipamentele de calcul numeric și de transmisie a semnalelor la distanță. În mediile cu pericol mare de explozie, sistemele electronice pot fi însă utilizate numai în construcție antiexplozivă sau la puteri foarte mici. Elementele

pneumatice și hidraulice sunt utilizate mai ales ca dispozitive de execuție (acționare), deoarece permit generarea prin mijloace simple a unor forțe, momente și puteri relativ mari, fără pericol de explozie.

Când sistemul automat conține elemente de natură diferită, interconectarea acestora se face prin intermediul unor elemente convertoare (de interfață).

După gradul de universalitate a elementelor din componența dispozitivului de automatizare, sistemele automate pot fi *unificate* sau *specializate*. Sistemele unificate conțin elemente universale care funcționează cu *semnal unificat* (standard).

Sistemele automate electronice de putere medie funcționează cu *semnal electronic unificat* $I=4 \dots 20$ mA c.c. Semnalul de tip curent, spre deosebire de semnalul tip tensiune, poate fi transmis fără pierderi la distanțe mari, de până la 3000 m.

Domeniul de variație al semnalului unificat este deplasat față de zero pentru ca încât raportul

$$r = \frac{\text{semnal util}}{\text{zgomot}}$$

să aibă o valoare ridicată (care să asigure o transmisie la distanță mai puțin influențată de factorii perturbatori), chiar și în cazul în care semnalul util are valoarea minimă (4 mA). De regulă, semnalul unificat este curentul de colector al unui tranzistor de putere (final). Deplasarea față de zero cu 4 mA a curentului de colector permite menținerea punctului de funcționare al tranzistorului în zona de amplificare liniară.

Receptoarele de semnal unificat 4 ... 20 mA sunt conectate în serie. Prin conectarea unei rezistențe de 250 Ω la bornele de intrare ale fiecărui receptor, curentul 4 ... 20 mA este transformat în tensiune în gama 1 ... 5 V. Numărul total de receptoare este limitat, pentru a nu influența valoarea curentului, ca urmare a depășirii puterii și/sau tensiunii maxime a generatorului. Rezistența totală de sarcină a unui aparat generator de semnal unificat (egală cu 250, 500 sau 750 Ω) reprezintă o perturbație deosebit de puternică. Pentru ca această perturbație să nu influențeze valoarea semnalului unificat generat, aparatul generator are structura unui sistem performant de reglare automată după abatere, cu eroarea staționară nulă la referință și perturbație treaptă (proiectat cu regulator de tip simplu

proporțional **P**, având însă factorul de proporționalitate foarte mare, de ordinul yecilor, sutelor sau chiar miilor).

În ultimii 20 ani, s-au dezvoltat și extins *rețelele digitale de comunicație* între elementele componente ale sistemelor automate (rețele FIELDBUS, PROFIBUS etc.), care oferă o serie de avantaje tehnico-economice, cum ar fi: creșterea calității operațiilor de automatizare, reducerea costurilor și a dimensiunilor, posibilitatea interfațării elementelor inteligente la nivelul traductoarelor și elementelor de execuție, creșterea flexibilității, siguranței în funcționare și competitivității etc.

Sistemele automate pneumatice de presiune medie funcționează cu *semnal pneumatic unificat* în gama $P=0,2 \dots 1,0$ bar;

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 1 \text{ daN/cm}^2 \approx 1 \text{ kgf/cm}^2.$$

Presiunea de 1 bar nu implică probleme deosebite de etanșare și nici consum energetic ridicat pentru prepararea aerului instrumental de alimentare a dispozitivelor pneumatice unificate (aer din atmosferă, curățat de impurități, uscat și comprimat la 1,4 bar); în același timp, presiunea de 1 bar este suficient de mare pentru a crea forțe de ordinul sutelor sau miilor de kgf (prin intermediul unor membrane circulare cu raza de 5...40 cm), necesare în comanda și acționarea robinetelor de reglare. În ultimii ani

Sistemele automate *specializate* sunt utilizate în cazul unor automatizări de complexitate mai redusă, când nu se pune problema transmiterii semnalelor la mare distanță. Acestea sunt de obicei sisteme simple și robuste, fără energie auxiliară.

În raport cu funcția îndeplinită, sistemele automate se clasifică în:

- sisteme automate de *supraveghere* sau *monitorizare* (prin măsurare și/sau semnalizare);
- sisteme automate de *protecție*;
- sisteme automate de *comandă după un program fix (prestabilit)*;
- sisteme automate de *reglare în buclă deschisă*, la care comanda este elaborată pe baza valorii curențe a unei mărimi de intrare (de referință sau/și perturbatoare);
- sisteme automate de *reglare în buclă închisă*, la care comanda este elaborată pe baza cunoașterii parțiale sau totale a stării curențe a procesului;

- sisteme automate de *conducere* (prin supraveghere, protecție, comandă prestabilită, reglare).

Măsurarea este o operație cantitativă, în timp ce *semnalizarea* este o operație calitativă. Prin măsurarea unei mărimi fizice se determină valoarea acesteia, iar prin semnalizare se determină (prin mijloace optice și acustice) starea mărimii fizice respective (care poate fi normală sau de depășire). Starea unei mărimi fizice se definește prin raportare la o limită de semnalizare, care poate fi superioară (de exemplu, 90 %) sau inferioară (de exemplu, 15 %). Există situații în care unei mărimi fizice i se asociază două sisteme de semnalizare, pentru depășirea limitei superioare de semnalizare și pentru scăderea sub limita inferioară de semnalizare.

Protecția automată presupune oprirea (blocarea) parțială sau totală a procesului (instalației), atunci când o mărime de ieșire a procesului iese în afara domeniului admisibil de funcționare, afectând calitatea produsului finit și/sau securitatea instalației și personalului de operare. Există situații în care unei mărimi fizice i se asociază două sisteme de protecție, pentru depășirea limitei superioare de protecție și pentru scăderea sub limita inferioară de protecție. Limita superioară de protecție este mai mare decât limita superioară de semnalizare (de exemplu, 95 % limita de protecție și 90 % limita de semnalizare)

Sistemele automate cu *comandă prestabilită* sunt sisteme cu structură deschisă, la care elementul de conducere generează semnal de comandă după un program fix (prestabilit). Sistemele clasice de semaforizare a unei intersecții rutiere sunt exemple de sisteme cu comandă prestabilită, deoarece timpii de semaforizare sunt a priori fixați, deci au valori independente de starea curentă a traficului rutier.

Sistemele obișnuite de semaforizare a circulației rutiere sunt exemple de sisteme automate de comandă după un program prestabilit (în buclă deschisă). Un sistem cu timpii de semaforizare dependenți de starea curentă a traficului este însă un exemplu de sistem automat în buclă închisă, la care starea curentă a traficului rutier pe toate arterele intersecției semaforizate este măsurabilă în timp real, cu ajutorul unor camere video echipate cu programe performante de procesare a imaginii.

Reglarea automată a unui proces constă în aducerea și menținerea mărimii de ieșire a procesului la valoarea sau în vecinătatea mărimii de referință, în condițiile modificării în timp a mărimii de referință și a acțiunii perturbațiilor asupra procesului reglat.

La sistemele de *reglare în buclă deschisă* (după perturbație) este sesizată cauza perturbatoare (perturbația) și, anticipând efectul acesteia asupra mărimii reglate

(de ieșire a procesului), se intervine asupra procesului (în paralel, simultan cu acțiunea perturbatoare) pentru a genera un efect opus (egal și de semn contrar) asupra mărimii reglate. Efectul perturbațiilor nemăsurate (neluate în considerație) rămâne însă în totalitate necompensat.

La sistemele de *reglare în buclă închisă* (după eroare sau abatere) este sesizat efectul produs (eroarea sau abaterea mărimii reglate față de mărimea de referință) și se intervine asupra procesului pentru a reduce și elimina abaterea respectivă, indiferent de cauza care a generat-o (acțiunea unei perturbații asupra procesului sau modificarea mărimii de referință).

Sistemele de reglare în buclă închisă sunt mai robuste, mai sigure și mai precise decât cele în buclă deschisă, deoarece elementul de comandă (regulatorul) realizează operații permanente de autocorecție, pe baza informației referitoare la valoarea curentă a mărimii reglate (de ieșire a procesului). În plus, acțiunea de autocorecție este inițiată la apariția celei mai mici abateri sesizabile, în vederea reducerii și eliminării acesteia. În practică se utilizează sistemele de reglare după abatere și, mai rar, sistemele de reglare mixte (cu compensarea efectului perturbației principale).

În schema de reglare mixtă din figura 1.4, **P** este procesul reglat, **T₀** și **T₁** sunt traductoare (care transformă mărimile măsurate în semnale electrice care să poată fi aplicate la intrarea regulatorului), **E** este elementul de execuție (de acționare asupra procesului), iar **R** este elementul de comandă (regulator). De asemenea, y este mărimea reglată, v_1 este mărimea perturbatoare măsurată, v_2 mărimea perturbatoare nemăsurată, u mărimea de execuție, m și m_1 mărimi de măsurare, r mărimea de referință, $\varepsilon = r - m$ eroarea (abaterea), iar c mărimea de comandă.

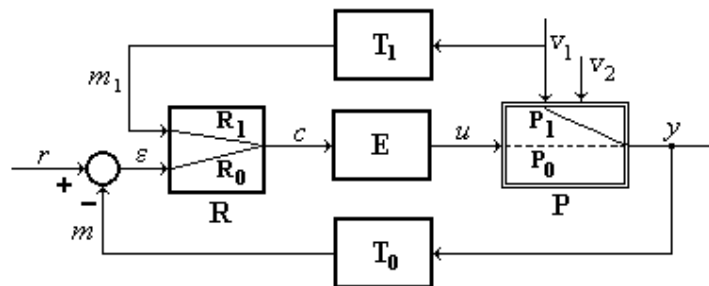


Fig. 1.4. Sistem mixt de reglare după abatere și perturbație.

Studiul unui sistem de reglare este mult simplificat în cazul exprimării procentuale a valorii tuturor mărimilor sistemului. Acest fapt justifică posibilitatea

comparației directe a mărimii reglate y (temperatură, presiune, debit, nivel, viteză de rotație etc.) cu mărimea de referință r (de obicei, semnal unificat 4...20 mA). Exprimarea în procente a mărimii reglate se face prin raportare la domeniul de măsurare al traductorului.

Regulatorul după perturbație \mathbf{R}_1 poate fi de tip static sau dinamic. Regulatorul static, proiectat pentru a realiza compensarea efectului perturbator în regim staționar (la sfârșitul regimului tranzitoriu), are ecuația

$$c = K_1 m_1,$$

unde factorul de proporționalitate K_1 este dependent de factorii de proporționalitate ai celorlalte elemente din componența sistemului de reglare:

$$K_1 = \frac{-K_{P1}}{K_{P0}K_E K_{T1}}.$$

Această relație rezultă din relația de echilibru staționar $y=0 \cdot v_1$ dintre mărimea reglată y și perturbația v_1 , astfel:

$$\begin{aligned} y &= K_{P1}v_1 + K_{P0}u = K_{P1}v_1 + K_{P0}K_E c = K_{P1}v_1 - K_{P0}K_E K_1 m_1 \\ &= (K_{P1} - K_{P0}K_E K_1 K_{T1})v_1. \end{aligned}$$

Regulatele de tip dinamic sunt proiectate pentru a realiza compensarea efectului perturbator pe toată durata regimului tranzitoriu.

Regulatorul după abatere de tip convențional generează comanda c după cunoscutul *algoritm de reglare PID* (de tip proporțional-integral-derivativ)

$$c = K_R \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right), \quad \varepsilon = r - m,$$

în care K_R , T_i și T_d sunt parametri de acordare (K_R - factorul de proporționalitate, T_i - constanta de timp integrală, T_d - constanta de timp derivativă). Între factorul de proporționalitate K_R (adimensional când mărimile de intrare și de ieșire ale regulatorului sunt exprimate în procente) și banda de proporționalitate B_p (cu care se operează frecvent în practică) există relația $K_R = 100/B_p$. Constanta de timp integrală T_i apare la numitor din considerente de omogenitate dimensională, care presupune că cei trei termeni ai sumei să aibă aceeași dimensiune (dimensiunea erorii ε).

În forma dată a algoritmului de reglare, factorul de proporționalitate K_R influențează în mod egal toate cele trei componente ale comenzii. Prin modificarea de către operatorul tehnolog a factorului de proporționalitate K_R se poate obține o comandă mai puternică (mărind pe K_R), sau mai slabă (micșorând pe K_R), fără a influența starea de echilibru între cele trei componente.

De regulă, *componenta proporțională P* reduce eroarea ε , dar nu o elimină. Gradul de reducere este cu atât mai mare cu cât factorul de proporționalitate K_R este mai mare. Din păcate, la majoritatea mărimilor fizice reglate (debit, presiune, nivel, temperatură, densitate, viscozitate etc.), mărirea excesivă a lui K_R conduce la apariția oscilațiilor în sistem. Atunci când K_R poate fi însă ales de ordinul zecilor, sutelor sau miilor (cazul circuitelor și aparatelor electronice generatoare de semnal unificat 4...20 mA, care au o legătură de reacție negativă și un amplificator de tensiune pe calea directă – cu rol de regulator **P**), eroarea devine practic nulă, iar componentele **I** și **D** nu mai sunt necesare.

Datorită caracterului său persistent, *componenta integrală I* are rolul de a elimina complet eroarea ε (acțiunea de integrare încheindu-se numai atunci când eroarea devine nulă). Intensitatea acestei componente crește o dată cu reducerea valorii constantei integrale de timp T_i .

Componenta derivativă D este proporțională cu derivata erorii, deci cu viteza de variație a acesteia. Deoarece viteza erorii exprimă tendința de variație (creștere/descreștere) a acesteia, componenta derivativă are caracter anticipativ, îmbunătățind calitatea reglării atunci când ponderea acesteia (dată de valoarea constantei de timp derivative T_d) este adecvată, iar semnalul de măsurare m conține zgomot neglijabil.

Remarcă. Sistemele liniare de *tip proporțional* au caracteristica statică oblică, sistemele de *tip integral* au caracteristica statică verticală (mai corect, nu au caracteristică statică), iar sistemele de *tip derivativ* au caracteristica statică orizontală. În regim dinamic, sistemele de tip proporțional nu au poli sau zerouri în origine, sistemele de tip integral au pol în origine (variabila s este factor al numitorului funcției de transfer), iar sistemele de tip derivativ au zero în origine (variabila s este factor al numărătorului funcției de transfer).

Regulatorul PID este o conexiune paralel de trei subsisteme respectiv de tip pur proporțional, pur integral și pur derivativ.

1.2. SISTEME LINIARE CONTINUE DE TIP I-E

În cazul unui sistem *continuu monovariabil liniar*, modelul dinamic are *forma primară* (standard)

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_r u^{(r)} + b_{r-1} u^{(r-1)} + \dots + b_1 \dot{u} + b_0 u, \quad (1)$$

unde a_i și b_i sunt coeficienți constanți ($a_n \neq 0$).

Prin convenție, variabila de intrare u și cea de ieșire y reprezintă *variațiile* mărimilor fizice corespunzătoare ale sistemului real față de valorile lor inițiale. Prin urmare, dacă sistemul se află în *regim staționar înainte de momentul inițial* $t_0=0$, atunci toate variabilele sistemului sunt nule pentru $t < 0$ (sunt de tip *original*).

Sistemele liniare sunt *proprii* pentru $r \leq n$ (*strict proprii* pentru $r < n$ și *semiproprii* pentru $r = n$) și, respectiv, *improprii* pentru $r > n$. Sistemele improprii nu verifică riguros principiul cauzalității (sunt pseudocauzale), iar sistemele semiproprii satisfac la limită principiul cauzalității, ieșirea acestora conținând o componentă prin care transferul intrare-ieșire se realizează instantaneu. Sistemele improprii generează răspuns de tip impuls Dirac (fizic inexistent) la orice variație treaptă a mărimii de intrare.

Prin anularea tuturor derivatelor intrării u și ieșirii y , din modelul dinamic sub forma ecuației diferențiale (1) se obține *modelul staționar*

$$y = K u, \quad (2)$$

cu factorul de proporționalitate $K = b_0 / a_0$.

Dacă la intrarea sistemului se aplică un semnal de tip treaptă iar răspunsul sistemului este mărginit, atunci deosebim două regimuri staționare: un regim staționar (trivial) pentru $t < 0$, în care $u = 0$ și $y = 0$, și un regim staționar final, pentru t suficient de mare (teoretic, pentru $t \rightarrow \infty$). Ambele regimuri staționare sunt descrise de modelul staționar (2).

În cazul în care panta K a caracteristicii statice este finită și nenulă (caracteristica statică este o dreaptă oblică), sistemul este de tip *proporțional*. Majoritatea sistemelor fizice sunt sisteme de tip proporțional. Răspunsul la intrare treaptă al unui sistem proporțional (stabil) se stabilizează la o valoare finită și nenulă.

În cazul $a_0=0$ ($K = \infty$), sistemul este de tip *integral*. Sistemul *pur integral* are modelul $a_1\dot{y}=b_0u$, echivalent cu

$$y=\frac{b_0}{a_1}\int_0^t u dt.$$

Răspunsul unui sistem pur integral la o intrare treaptă este de tip rampă (cu panta constantă pentru $t \geq 0$). Sistemele de tip integral sunt sisteme cu caracter „persistent”, deoarece ieșirea y se stabilizează numai atunci când intrarea u este nulă. În general, răspunsul la intrare treaptă al unui sistem integral tinde asimptotic la o dreaptă oblică, fiind de tip “rampă întârziată” (“rampă pură” – dacă sistemul este pur integral).

Un rezervor cu aria transversală constantă A , având ca intrări debitul volumic de lichid admis Q_1 și debitul volumic de lichid evacuat Q_2 , iar ca ieșire nivelul h , este pur integral pe ambele canale $Q_1 \rightarrow h$ și $Q_2 \rightarrow h$:

$$h=\frac{1}{A}\int_0^t (Q_1-Q_2)dt+h_0, \quad \Delta h=\frac{1}{A}\int_0^t (\Delta Q_1-\Delta Q_2)dt.$$

În cazul $b_0=0$ ($K = 0$), sistemul este de tip *derivativ*. Un sistem de tip derivativ are modelul staționar $y=0$. Deoarece variabila de ieșire y are valoarea nulă în regim staționar, răspunsul la intrare treaptă al unui sistem derivativ (stabil) se stabilizează la valoarea 0. Datorită *formeii de impuls* a răspunsului (care pleacă de la valoarea 0 și se stabilizează la valoarea 0), sistemele de tip derivativ sunt sisteme cu caracter “anticipativ”, fiind utilizate frecvent în componența subsistemelor de comandă (regulatoarelor) ale sistemelor de reglare.

Modelul

$$y=\frac{b_1}{a_0} \cdot \frac{du}{dt}$$

caracterizează un sistem *pur derivativ* impropriu (pseudocauzal și irealizabil fizic), iar modelul

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{du}{dt}$$

caracterizează un sistem semipropriu de tip *derivativ*.

Pe baza *principiului superpoziției*, modelul primar (1) este echivalent cu următorul *model secundar*:

$$\begin{cases} a_n w^{(n)} + a_{n-1} w^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{w} + a_0 w = u \\ y = b_r w^{(r)} + \dots + b_1 \dot{w} + b_0 w \end{cases}, \quad (3)$$

care nu conține derivate ale intrării u , deci poate fi utilizat și în cazul funcțiilor de intrare nederivabile, cum este intrarea treaptă unitară $u = 1(t)$ - figura 1.4.

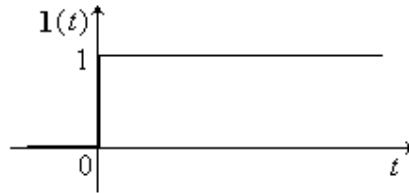


Fig. 1.4. Funcția treaptă unitară.

O a treia formă de reprezentare matematică în domeniul timpului a sistemelor continue liniare monovariabile și cu parametri constanți o constituie *modelul de convoluție*

$$y(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (4)$$

unde $g(t)$ este așa numita *funcție pondere*, reprezentând răspunsul sistemului la funcția de intrare impuls Dirac $u = \delta_0(t)$.

Intre funcția pondere $g(t)$ și *funcția indicială* $h(t)$, reprezentând răspunsul sistemului la funcția de intrare treaptă unitară $u = 1(t)$, există relațiile

$$h(t) = \int_{0-}^t g(\tau)d\tau, \quad g(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (5)$$

Modelul de convoluție (4) este important din punct de vedere teoretic, deoarece are o formă mult mai compactă decât cele ale modelului primar (1) și modelului secundar (3), care sugerează posibilitatea deducerii unui model dinamic cu forma similară celei a modelului staționar (2). Intr-adevăr, prin aplicarea transformării Laplace ambilor membri ai modelului de convoluție se obține *modelul operațional* (complex)

$$Y(s) = G(s)U(s), \quad (6)$$

în care $U(s)$, $Y(s)$ și $G(s)$ sunt respectiv transformatele Laplace ale funcțiilor de tip original $u(t)$, $y(t)$ și $g(t)$.

Funcția $G(s)$ se numește *funcție de transfer*. Datorită formei sale simple, modelul operațional este cel mai frecvent utilizat în studiul sistemelor liniare continue.

Funcția de transfer a sistemului cu ecuația diferențială (1) are forma

$$G(s) = \frac{b_r s^r + b_{r-1} s^{r-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (7)$$

Ordinul funcției de transfer este egal cu gradul numitorului funcției de transfer simplificată (aduse la forma ireductibilă), adică este egal cu numărul total de poli.

Diferența $n-r$ dintre gradul polinoamelor de la numitorul și numărătorul funcției de transfer reprezintă *ordinul relativ al funcției de transfer* sau *gradul de inerție*. Inerția unui sistem (care se manifestă în primele momente ale unui regim tranzitoriu) este cu atât mai mare cu cât ordinul relativ al acestuia este mai mare. Conform *teoremei condițiilor inițiale nule*, răspunsul la orice funcție de intrare treaptă al unui sistem liniar continuu cu funcția de transfer (7) este caracterizat prin $n-r$ condiții inițiale nule.

La sistemele de tip proporțional, avem

$$G(0) = \frac{b_0}{a_0} = K. \quad (8)$$

Prin urmare, $G(0)$ este chiar factorul static de proporționalitate al sistemului.

La sistemele de tip *integral*, funcția de transfer $G(s)$ are pe s *factor comun la numitor*, deci are cel puțin un pol în origine. La sistemele de tip *derivativ*, funcția de transfer $G(s)$ are pe s *factor comun la numărător*, deci are cel puțin un zerou în origine.

Răspunsul indicial $h(t)$ al unui sistem stabil are $n-r$ condiții inițiale nule, valoarea inițială

$$h(0_+) = G(\infty), \quad (9)$$

valoarea finală

$$h(\infty) = G(0), \quad (10)$$

Aceste relații rezultă imediat din *proprietatea valorii inițiale* și *proprietatea valorii finale*, astfel

$$h(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = G(0).$$

La sistemele de întârziere de ordinul unu, cu numitorul funcției de transfer $T_1s + 1$, răspunsul indicial $h(t)$ poate fi reprezentat grafic numai pe baza relațiilor (9) și (10), precum și a faptului că timpul de stabilizare T_s este de 3...4 ori mai mare decât constanta de timp de întârziere T_1 , adică

$$T_{s95} \cong 3T_1, \quad T_{s98} \cong 3.91T_1. \quad (11)$$

Relațiile (11) exprimă faptul că pentru $t = T_{s95}$ și $t = T_{s98}$, exponențiala e^{t/T_1} scade de la valoarea inițială $e^0 = 1$ la valoarea $e^{-3} \approx 0,05$ (are o variație de 95%), respectiv la valoarea $e^{-3.91} \approx 0,02$ (are o variație de 98%). În aplicațiile practice, ca urmare a acțiunii perturbațiilor, se recomandă a se opera cu T_{s95} în loc de T_{s98} .

Mai general, la sistemele de întârziere de ordinul n cu numărătorul funcției de transfer de ordinul zero și numitorul sub forma produsului

$$(T_1s + 1)(T_2s + 1) \cdots (T_ns + 1), \quad (12)$$

Unde toate constantele de timp de întârziere T_i sunt pozitive, durata de stabilizare T_{s95} poate fi evaluată cu relația

$$T_{s95} \approx 3(T_1 + T_2 + \cdots + T_n), \quad (13)$$

Aceste relații sunt o consecință a aproximației de ordinul unu

$$(T_1s + 1)(T_2s + 1) \cdots (T_ns + 1) \approx 1 + (T_1 + T_2 + \cdots + T_n)s$$

Reglatoarele continue de tip PID, cu ecuația improprie

$$c = K_R \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right) + c_0,$$

au funcția de transfer

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (14)$$

Această funcție de transfer este improprie (are gradul numărătorului mai mare decât cel al numitorului) datorită componentei derivate. În realitate, funcția de transfer a regulatorului are forma semiproprie

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_1 s + 1} \right), \quad (15)$$

unde T_1 este constanta de timp de întârziere (filtrare) a componentei derivate (de regulă, cu valoarea mult mai mică decât cea a constantei de timp derivate T_d).

La sistemele de tip proporțional, caracterizate printr-un răspuns indicial $h(t)$ mărginit și cu valoarea finală nenulă, definim factorul (raportul) de magnitudine f_m ca fiind raportul dintre valoarea inițială și valoarea finală a răspunsului indicial, adică

$$f_m = \frac{h(0_+)}{h(\infty)}. \quad (16)$$

Din (9) și (10) rezultă

$$f_m = \frac{G(\infty)}{G(0)}. \quad (17)$$

Regulatorul de tip P (pur proporțional), cu funcția de transfer $G_R(s) = K_R$, are factorul de magnitudine egal cu 1, iar regulatorul de tip PI (proporțional-derivativ), cu funcția de transfer

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{T_d s}{T_1 s + 1} \right),$$

are factorul de magnitudine $f_m = 1 + \frac{T_d}{T_1}$. În general, un factor de magnitudine cu

valoarea mai mică (care, uzual, nu trebuie să depășească 20) asigură un semnal de comandă mai neted (mai puțin agresiv), o amplificare mai mică a zgomotului, o uzură mai redusă a instalației comandate și un consum mai mic de energie și combustibil. În cazul regulatorului cu componentă derivativă improprie (cu $T_1 = 0$), factorul de magnitudine are valoarea infinită.

Funcția de transfer a unei *conexiuni serie* de n subsisteme este egală cu produsul funcțiilor de transfer ale subsistemelor componente, adică:

$$G = G_1 G_2 \cdots G_n.$$

Funcția de transfer a unei *conexiuni paralel* de n subsisteme este egală cu suma algebrică a funcțiilor de transfer ale subsistemelor componente, adică

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n.$$

Funcția de transfer a conexiunii cu reacție din figura 1.5 are expresia

$$G = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}. \quad (18)$$

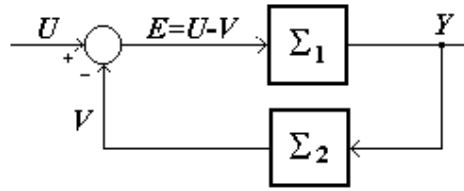


Fig 1.5. Conexiune cu reacție

Să considerăm acum sistemul de reglare automată după eroare (abatere) din figura 1.6, având ca mărimi de intrare referința R și perturbația V (aditivă la ieșirea procesului).

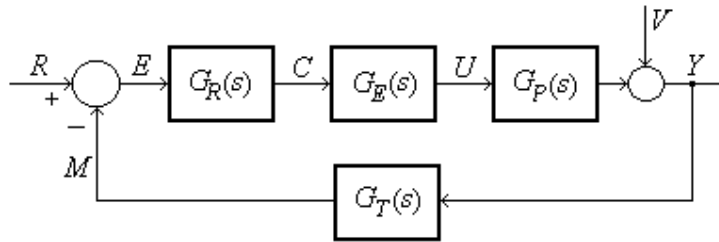


Fig. 1.6. Sistem de reglare automată

Toate celelalte mărimi ale sistemului (Y , E , C , U și M) pot fi considerate mărimi de ieșire. Formula funcției de transfer a unuia din cele zece canale intrare-ieșire ale sistemului de reglare poate fi obținută astfel:

- *numărătorul* este produsul funcțiilor de transfer ale elementelor (canalelor) de pe traseul direct intrare-ieșire;
- *numitorul* este același, egal cu suma $1 + G_d(s)$, unde

$$G_d = G_R G_E G_P G_T. \quad (19)$$

reprezintă funcția de transfer a sistemului *deschis* (a conexiunii serie cu intrarea R și ieșirea M , obținută prin întreruperea buclei închise, după traductor).

Aplicând această regulă, avem

$$G_{YR} = \frac{G_R G_E G_P}{1 + G_d}, \quad G_{YV} = \frac{1}{1 + G_d}, \quad (20)$$

$$G_{ER} = \frac{1}{1 + G_d}, \quad G_{EV} = \frac{G_T(-1)}{1 + G_d}, \quad (21)$$

$$G_{CR} = \frac{G_R}{1 + G_d}, \quad G_{CV} = \frac{G_T G_R(-1)}{1 + G_d}, \quad (22)$$

Prin definiție, un sistem liniar este *extern strict stabil* dacă, pentru orice intrare mărginită de tip original, ieșirea sistemului este, de asemenea, mărginită. Conform *teoremei stabilității externe*, un sistem liniar monovariabil continuu este *extern strict stabil* dacă și numai dacă poliile funcției de transfer a sistemului au partea reală negativă. Sistemul de reglare automată din figura 1.6 are *ecuația polilor*

$$1 + G_R(s)G_E(s)G_P(s)G_T(s) = 0, \quad (23)$$

sau

$$1 + G_R(s)G_{PF}(s) = 0, \quad (24)$$

unde $G_{PF}(s) = G_E(s)G_P(s)G_T(s)$ este funcția de transfer a părții fixate. Dacă ecuația polilor este de tip polinomial (sistemul nu are timp mort), atunci studiul stabilității poate fi realizat cu *criteriul algebric Hurwitz*, fără a recurge la calculul rădăcinilor ecuației polilor. Conform criteriului Hurwitz, polinomul de gradul doi

$$p_2(s) = a_2s^2 + a_1s + a_0, \quad a_2 > 0,$$

este hurwitzian (are rădăcinile cu partea reală negativă) dacă și numai dacă toți coeficienții sunt strict pozitivi, iar polinomul de gradul trei

$$p_3(s) = a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0, \quad a_3 > 0,$$

este hurwitzian dacă și numai dacă toți coeficienții sunt strict pozitivi și, în plus,

$$\Delta_2 = a_1a_2 - a_0a_3 > 0. \quad (25)$$

Funcția de transfer a unui sistem cu timp mort simplu (egal cu τ), are forma

$$G_m(s) = G(s)e^{-\tau s}, \quad (26)$$

unde $G(s)$ este funcția de transfer (rațională) a sistemului fără timp. La sistemele cu timp mort simplu, locul de transfer (graficul funcției de transfer $G(s)$ atunci când variabila s parcurge axa imaginară pozitivă) poate fi obținut prin „spiralizarea” în sens orar a locului de transfer al sistemului fără timp mort, adică prin rotirea în sens orar, în jurul originii, cu unghiul $\tau\omega$ (exprimat în radiani), a fiecărui punct al locului de transfer al sistemului fără timp mort. Funcția de transfer $e^{-\tau s}$ a sistemului timp mort pur poate fi aproximată printr-o funcție rațională de un anumit ordin k . Cea mai simplă aproximație de ordinul 2 este

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{e^{\tau s}} \approx \frac{1}{1 + \tau s + \frac{\tau^2 s^2}{2}},$$

dar cea mai bună este aproximația Padé, cu forma

$$\frac{1 - \frac{\tau s}{2} + \frac{\tau^2 s^2}{12}}{1 + \frac{\tau s}{2} + \frac{\tau^2 s^2}{12}}$$

În majoritatea aplicațiilor, ordinul n al aproximației Padé se alege în gama $3 \dots 10$. Precizia de aproximare a timpului mort este cu atât mai ridicată cu cât ordinul aproximației Padé și constanta de timp de întârziere dominantă a sistemului au valori mai mari (fig. 1.7 și fig. 1.8). Numărul punctelor de intersecție ale răspunsului indicial cu semiaxa pozitivă a timpului este egal cu ordinul n al aproximației Padé.

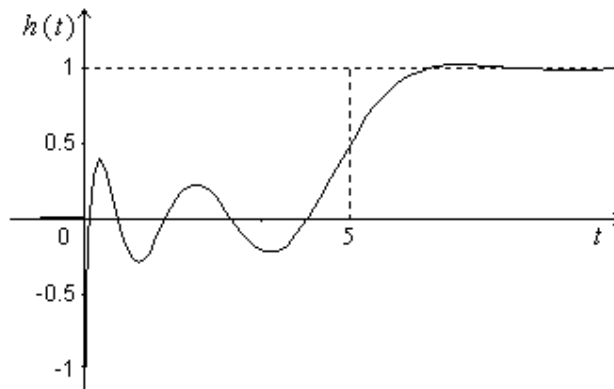


Fig. 1.7. Răspunsul indicial al sistemului cu funcția de transfer $G(s) = e^{-5s}$, aproximată prin metoda Padé de ordinul $n=5$.

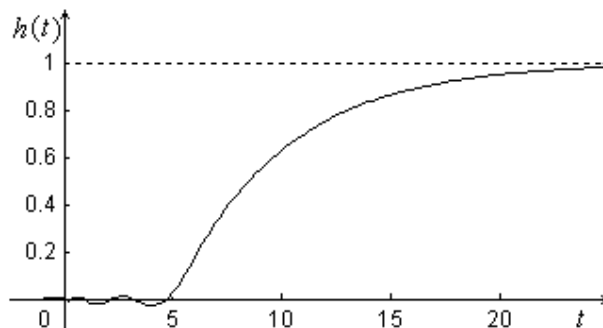


Fig. 1.8. Răspunsul indicial al sistemului cu funcția de transfer $G(s) = \frac{e^{-5s}}{5s+1}$, aproximată prin metoda Padé de ordinul $n=5$.

■ In cadrul pachetului de programe de reglare “Control System Toolbox” din mediul MATLAB, sistemul *sis* cu funcția de transfer (7) se construiește cu funcția *tf*, care are ca argumente de intrare vectorii linie

$$b=[b_n \ b_{n-1} \ \dots \ b_1 \ b_0] \text{ și } a=[a_n \ a_{n-1} \ \dots \ a_1 \ a_0],$$

formați cu coeficienții de la numărătorul și respectiv numitorul funcției de transfer :

$$\text{sis} = \text{tf}(b,a) .$$

In cazul $r < n$, vectorul b poate fi scris și sub forma $b=[b_r \ b_{r-1} \ \dots \ b_1 \ b_0]$.

Alt mod de a introduce o funcție de transfer este acela de a defini variabila Laplace astfel

$$s=\text{tf}('s');$$

și de a scrie apoi funcția de transfer ca o expresie rațională de variabila s . De exemplu,

sistemul *sis* cu funcția de transfer $G(s)=\frac{3s+1}{5s^2+4s+2}$ se construiește astfel:

$$s=\text{tf}('s'); \text{sis}=(3*s+1)/(5*s^2+4*s+2);$$

In cazul sistemelor multivariabile, construcția se face prin concatenarea subsistemelor monovariabile. De exemplu, sistemul *sis* cu matricea de transfer

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{s+1}{s^2+s+2} & \frac{2s+1}{s^2+3s} \\ \frac{5s+1}{s+2} & \frac{1}{s^2+2} \end{bmatrix},$$

se construiește astfel:

$$\begin{aligned} s11 &= \text{tf}([1 \ 1], [1 \ 1 \ 2]); \\ s12 &= \text{tf}([2 \ 1], [1 \ 3 \ 0]); \\ s21 &= \text{tf}([5 \ 1], [1 \ 2]); \\ s22 &= \text{tf}(1, [1 \ 0 \ 2]); \\ \text{sis} &= [s11 \ s12; s21 \ s22]; \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} s &= \text{tf}('s'); \\ s11 &= (s+1)/(s^2+s+2); \\ s12 &= (2s+1)/(s^2+3*s); \\ s21 &= (5s+1)/(s+2); \\ s22 &= 1/(s^2+2); \\ \text{sis} &= [s11 \ s12; s21 \ s22]; \end{aligned}$$

Sistemul de ordinul zero *sis0* cu matricea de transfer $G(s)=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ poate fi construit

astfel:

$$\text{sis0} = \text{tf}([1 \ 2; 3 \ 4]);$$

Pentru realizarea conexiunilor *serie*, *paralel* și cu *reacție* se utilizează operatorii “+”, “*” și “/”:

$$\begin{aligned} s &= \text{sis1} * \text{sis2} * \text{sis3}; \\ p &= \text{sis1} + \text{sis2} + \text{sis3}; \\ r &= \text{sis1} / (1 + \text{sis1} * \text{sis2}); \end{aligned}$$

Pentru calculul și reprezentarea grafică a răspunsului indicial și a răspunsului pondere, de tip original și în formă de scară (constantă între două momente succesive ale timpului), se utilizează funcțiile:

$$\begin{aligned} [Y,t] &= \mathbf{step}(\text{sis},t); \\ [Y,t] &= \mathbf{impulse}(\text{sis},t); \end{aligned}$$

Argumentul de intrare t , reprezentând vectorul *timp*, poate fi introdus printr-o comandă de forma

$$t = t_0:T:t_1,$$

unde t_0 este valoarea inițială (de regulă egală cu 0), T este pasul de calcul, iar t_1 - valoarea finală. Argumentul de intrare t poate omis la funcțiile *step* și *impulse*, caz în care acesta este generat automat de funcția respectivă.

Dacă funcțiile sunt apelate cu argumente de ieșire, atunci se efectuează numai evaluarea acestor argumente, fără reprezentarea grafică a răspunsului. În cazul contrar, se efectuează numai reprezentarea grafică a răspunsului.

Cu funcțiile **step**(sis1, sis2), **step**(sis1, sis2, t) și **step**(sis1, t, sis2, t) se afișază graficele răspunsurilor indiciale ale sistemelor *sis1* și *sis2*.

Sistemului *sis* fără timp mort i se poate adăuga timpul mort T cu funcția

$$\text{sis.iodelay} = T;$$

Apelată sub forma

$$\text{sis1} = \text{pade}(\text{sis}, n);$$

funcția *pade* returnează sistemul *sis1* fără timp mort, care aproximează însă sistemul cu timp mort *sis* prin înlocuirea timpului mort cu aproximația Padé de ordinul n . De regulă, alegerea ordinului n în domeniul 4...8 este suficient de precisă la sistemele cu timp mort relativ mic (mai mic decât o pătrime din durata totală a regimului tranzitoriu al conexiunii cu reacție).

1.3. SISTEME DISCRETE DE TIP I-E

Un sistem *monovariabil discret liniar* are modelul dinamic primar sub forma ecuației cu diferențe

$$a_0 y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + \dots + b_r u(t-r), \quad (27)$$

unde a_i și b_i sunt coeficienți constanți ($a_0 \neq 0$). Prin înlocuirea variabilei t cu variabila (întreagă) $k \in \mathbf{Z}$, modelul primar poate fi scris sub forma simplificată

$$a_0 y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_r u_{k-r}. \quad (28)$$

Sistemul cu modelul (27) sau (28) are perioada de discretizare a timpului egală cu 1 și este întotdeauna *propriu* (*strict propriu* dacă $b_0 = 0$, respectiv *semipropriu* dacă $b_0 \neq 0$).

În regim staționar, când variabilele de intrare și de ieșire au valori constante la toate momentele de timp, din modelul dinamic obținem modelul staționar

$$y = Ku, \quad (29)$$

cu factorul de proporționalitate

$$K = \frac{b_0 + b_1 + \dots + b_r}{a_0 + a_1 + \dots + a_n}. \quad (30)$$

În cazul K finit și nenul ($a_0 + a_1 + \dots + a_n \neq 0$ și $b_0 + b_1 + \dots + b_r \neq 0$), în care caracteristica statică este o dreaptă oblică, sistemul este de *tip proporțional*.

În cazul $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 0$ și $b_0 + b_1 + \dots + b_r \neq 0$, sistemul este de *tip integral*. Sistemul *pur integral* are modelul

$$y(t) - y(t-1) = b_0 u(t). \quad (31)$$

În cazul $K = 0$ ($a_0 + a_1 + \dots + a_n \neq 0$ și $b_0 + b_1 + \dots + b_r = 0$), sistemul este de *tip derivativ*. Sistemul *pur derivativ* are modelul

$$a_0 y(t) = u(t) - u(t-1). \quad (32)$$

În locul modelului primar (27) se poate utiliza modelul secundar echivalent

$$\begin{cases} a_0 z(t) + a_1 z(t-1) + \dots + a_n z(t-n) = u(t) \\ y(t) = b_0 z(t) + b_1 z(t-1) + \dots + b_r z(t-r) \end{cases}. \quad (33)$$

O altă formă de reprezentare matematică în domeniul timpului a sistemelor discrete liniare monovariabile o constituie *modelul de convoluție*

$$y(t) = \sum_{i=0}^t g(t-i)u(i), \quad (34)$$

unde $g(t)$ este *funcția pondere*, reprezentând răspunsul sistemului la funcția de intrare tip impuls unitar $u = \delta^0(t)$ - figura 1.9.

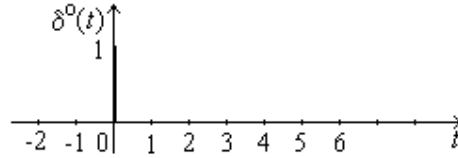


Fig. 1.9. *Funcția discretă tip impuls unitar.*

Intre funcția pondere $g(t)$ și funcția indicială $h(t)$ (definită ca fiind răspunsul sistemului la intrarea treaptă unitară $u(t)=1^0(t)$ - figura 1.10), există relația

$$g(t) = h(t) - h(t-1),$$

Această relație este o consecință a principiului superpoziției și relației între cauze

$$\delta^0(t) = 1^0(t) - 1^0(t-1).$$

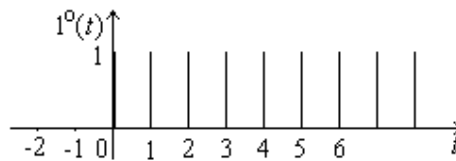


Fig. 1.10. *Funcția discretă tip treaptă unitară.*

Din modelul de convoluție (34), prin aplicarea transformării Z , se obține modelul *operațional* (complex)

$$Y(z) = G^0(z)U(z), \quad (35)$$

în care $U(z)$, $Y(z)$ și $G^0(z)$ sunt respectiv transformatele Z ale funcțiilor de tip original $u(t)$, $y(t)$ și $g(t)$. Modelul dinamic operațional (35) are aceeași formă (simplă) ca a modelului staționar (29) și a modelului operațional (6) al sistemelor liniare continue. In consecință, formulele de la conexiunile serie, paralel și cu reacție ale sistemelor continue rămân valabile și la sistemele discrete.

Funcția de transfer a sistemului discret cu ecuația cu diferențe (27) sau (28) are forma

$$G^0(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}. \quad (36)$$

Conform *teoremei stabilității externe*, un sistem liniar monovariabil discret este *extern strict stabil* dacă și numai dacă toți polii funcției de transfer a sistemului au modulul subunitar (sunt situați în interiorul cercului cu centrul în origine și raza egală cu 1).

Unui sistem continuu Σ i se poate asocia un sistem discret cvasi-echivalent Σ^0 cu perioada T , numit *discretizat propriu-zis* al sistemului continuu.

Prin *definiție*, Σ^0 este discretizat propriu-zis cu perioada T al sistemului continuu Σ dacă răspunsurile celor două sisteme sunt T-echivalente (adică au aceleași valori la momentele de timp discrete $t_k = kT$, $k \in \mathbf{Z}$) pentru orice intrări T-echivalente de ordinul zero (la care intrarea continuă este de tip scară, adică constantă pe fiecare interval de timp $[kT, (k+1)T]$).

Deoarece funcțiile tip treaptă unitară $1(t)$ și $1^0(t)$ sunt T-echivalente de ordinul zero, răspunsurile indiciale ale sistemului continuu și discretizatului propriu-zis sunt T-echivalente.

Funcția de transfer $G^0(z)$ a discretizatului unui sistem continuu de ordinul unu, cu numitorul funcției de transfer $G(s)$ de forma T_1s+1 , se poate obține ușor cu relațiile

$$G^0(\infty) = G(\infty), \quad (37)$$

$$G^0(1) = G(0), \quad (38)$$

ținând seama și de faptul că $G^0(z)$ va avea numitorul sub forma $1-pz^{-1}$, unde

$$p = e^{-T/T_1}. \quad (39)$$

De exemplu, discretizatului sistemului continuu de *întârziere de ordinul unu*, cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{K}{T_1s+1}, \quad (40)$$

are funcția de transfer

$$G^0(s) = \frac{K(1-p)z^{-1}}{1-pz^{-1}}$$

și ecuația cu diferențe

$$y_k - py_{k-1} = K(1-p)u_{k-1}. \quad (41)$$

Discretizatului sistemului continuu de *tip derivativ* de ordinul unu, cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{T_d s}{T_1 s + 1}, \quad (42)$$

are funcția de transfer

$$G^0(s) = \frac{T_d}{T_1} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 - pz^{-1}}$$

și ecuația cu diferențe

$$y_k - py_{k-1} = \frac{T_d}{T_1} (u_k - u_{k-1}). \quad (43)$$

Discretizatul sistemului continuu de *avans-întârziere de ordinul unu*, cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1}, \quad (44)$$

are funcția de transfer

$$G^0(s) = \frac{\frac{T_2}{T_1} + (1 - p - \frac{T_2}{T_1})z^{-1}}{1 - pz^{-1}}$$

și ecuația cu diferențe

$$y_k - py_{k-1} = \frac{T_2}{T_1} u_k + (1 - p - \frac{T_2}{T_1}) u_{k-1}. \quad (45)$$

Discretizatul sistemului continuu de tip *pur integral*, cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{1}{T_1 s}, \quad (46)$$

are funcția de transfer

$$G^0(s) = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \approx \frac{T}{T_1} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

și ecuația cu diferențe aproximativă

$$y_k - y_{k-1} = \frac{T}{T_1} u_k, \quad (47)$$

unde T este perioada de discretizare (eșantionare).

Discretizatul regulatorului continuu de tip PID, cu funcția de transfer

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_1 s + 1} \right), \quad (48)$$

are funcția de transfer

$$G_R^0(s) = K_R \left(1 + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{T_d}{T_1} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1-pz^{-1}} \right), \quad p = e^{-T/T_1}$$

și ecuațiile cu diferențe

$$\begin{cases} \varepsilon_k = r_k - m_k \\ i_k = i_{k-1} + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k \\ d_k = p d_{k-1} + \frac{T_d}{T_1} (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) \\ c_k = K_R (\varepsilon_k + i_k + d_k) \end{cases} \quad (49)$$

Calculul exact al discretizatăului sistemelor continue de ordin superior este mult mai complicat. De aceea, în multe cazuri, se poate utiliza următoarea *metodă simplificatoare*: se reprezintă sistemul continuu sub forma unei conexiuni de subsisteme elementare de ordinul unu, apoi se efectuează discretizarea fiecărui subsistem elementar. De exemplu, discretizatul sistemului continuu de întârziere de ordinul doi, cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)^2} = \frac{K}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_1 s + 1}, \quad (50)$$

are funcția de transfer aproximativă

$$G^0(s) \approx \frac{K(1-p)z^{-1}}{1-pz^{-1}} \cdot \frac{(1-p)z^{-1}}{1-pz^{-1}} \approx \frac{K(1-p)^2 z^{-1}}{(1-pz^{-1})^2}$$

și ecuația cu diferențe aproximativă

$$y_k - 2py_{k-1} + p^2 y_{k-2} = K(1-p)^2 u_{k-1}. \quad (51)$$

În multe aplicații de calcul numeric, în locul discretizatăului propriu-zis se folosește *discretizatul aproximativ*. Acesta se obține din ecuația diferențială a sistemului continuu

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_r u^{(r)} + b_{r-1} u^{(r-1)} + \dots + b_1 \dot{u} + b_0 u,$$

pe o cale mult mai simplă, prin înlocuirea funcției de ieșire y cu y_{k-1} , a funcției de intrare u cu u_{k-1} , a derivatei \dot{y} cu $(y_k - y_{k-1})/T$, a derivatei \dot{u} cu $(u_k - u_{k-1})/T$, a derivatei \ddot{y} cu

$$\frac{\dot{y}_k - \dot{y}_{k-1}}{T} = \frac{\frac{y_k - y_{k-1}}{T} - \frac{y_{k-1} - y_{k-2}}{T}}{T} = \frac{y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2}}{T^2}$$

și așa mai departe. În general, derivatei $y^{(i)}$ i se asociază fracția

$$\frac{y_k - C_i^1 y_{k-1} + C_i^2 y_{k-2} + \dots + (-1)^i C_i^i y_{k-i}}{T^i}, \quad (52)$$

unde coeficienții de la numărător sunt coeficienții binomiali ai dezvoltării $(a - b)^i$, iar numitorul este perioada de discretizare a timpului la puterea i .

În cazul sistemului continuu de întârziere de ordinul unu, cu funcția de transfer (40) și ecuația diferențială

$$T_1 \dot{y} + y = Ku,$$

discretizatul aproximativ are ecuația cu diferențe

$$T_1 \cdot \frac{y_k - y_{k-1}}{T} + y_{k-1} = Ku_{k-1},$$

echivalentă cu

$$y_k - \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) y_{k-1} = K \frac{T}{T_1} u_{k-1}. \quad (53)$$

Se observă că acest model poate fi dedus din modelul discretizatului propriu-zis (41) prin aproximarea cunoscută

$$p = e^{-T/T_1} \approx 1 - T/T_1,$$

care este cu atât mai bună cu cât raportul T/T_1 este mai mic.

Înlocuirea unui sistem continuu cu discretizatul acestuia este cu atât mai precisă cu cât perioada de discretizare T este mai mică. Totuși, o reducere excesivă a perioadei T mărește foarte mult volumul de calcul pe durata regimului tranzitoriu, cu efecte negative asupra preciziei de calcul, ca urmare a erorilor de trunchiere și rotunjire.

Sistemele de reglare numerice (numite și *sisteme cu eșantionare* sau *sisteme eșantionate*) sunt sisteme hibride la care procesul este de tip continuu, iar dispozitivul de comandă de tip numeric (fig. 1.11). Un asemenea sistem poate valorifica într-un mod eficient avantajele rezultate din îmbinarea *caracterului intuitiv și natural* al conceptului analogic cu *flexibilitatea și potențialul de calcul* (de memorare, viteză și precizie) specifice sistemelor numerice.

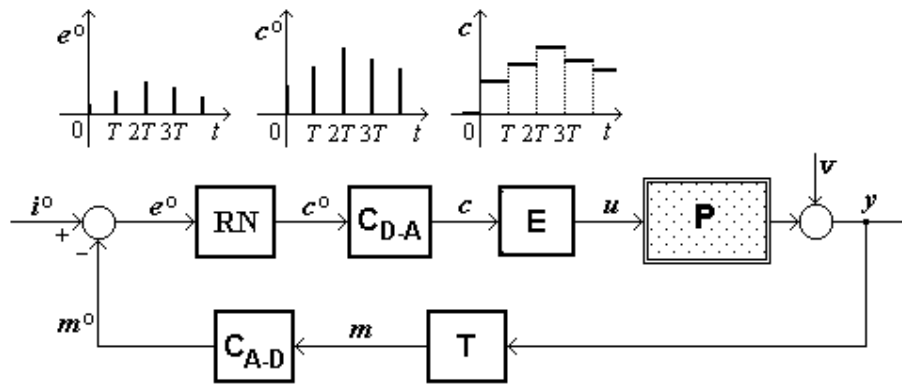


Fig. 1.11. Sistem de reglare automată cu regulator numeric.

Eșantionarea este operația de discretizare uniformă în timp a unui semnal continuu, fiind deci echivalentă operației de conversie analog-numerică. În majoritatea aplicațiilor practice, semnalul de timp discret obținut prin eșantionare este discretizat și în valoare (cuantificat), fiind deci semnal de tip numeric. În cazul sistemelor care conțin elemente continue cu dinamică lentă și cu dinamică rapidă, semnalele continue asociate acestor elemente pot fi discretizate cu perioade de eșantionare diferite (eșantionare multiplă). Pentru ca operația de eșantionare să fie realizată fără pierdere de informație este necesar ca pulsația de eșantionare $\omega_s = 2\pi/T$ să fie mai mare decât dublul pulsației maxime a semnalului analogic de eșantionat (teorema de eșantionare a lui Shannon). În condițiile teoremei lui Shannon, din eșantioanele semnalului discret se poate reconstitui teoretic semnalul continuu. În aplicațiile practice, frecvența de eșantionare se alege de cel puțin 5...10 ori mai mare decât frecvența critică impusă de regula lui Shannon.

Studiul sistemelor automate numerice se face prin înlocuirea procesului continuu cu echivalentul său numeric (obținându-se astfel un sistem automat discret), iar sinteza sistemelor automate cu eșantionare se face fie prin înlocuirea procesului continuu cu echivalentul său numeric, fie prin sinteza unui dispozitiv de comandă continuu și înlocuirea acestuia cu echivalentul său numeric.

În cazul sistemului numeric de reglare din figura 4.1, la fiecare moment de eșantionare $t_k = kT$, convertorul analogic-discret C_{A-D} generează valoarea numerică $m^0(t_k)$, practic egală cu valoarea la momentul $t = t_k$ a semnalului de timp continuu $m(t)$, iar regulatorul numeric **RN** calculează valoarea numerică $c^0(t_k)$ a semnalului de comandă, prin procesarea convenabilă a erorii

$\varepsilon^0(t_k) = r^0(t_k) - m^0(t_k)$. Pe durata fiecărui interval de eșantionare $[t_k, t_{k+1})$, convertorul discret-analogic C_{D-A} menține semnalul de timp continuu $c(t)$ la valoarea constantă $c^0(t_k)$.

■ In **MATLAB**, sistemul discret monovariabil *sisd* cu funcția de transfer (36) se construiește cu funcția *tf*, astfel

$$\text{sisd} = \mathbf{tf}(b,a,T);$$

unde b și a sunt vectori linie, formați cu coeficienții de la numărătorul și respectiv numitorul funcției de transfer, iar T este perioada de discretizare a timpului. Vectorii a și b trebuie să aibă aceeași dimensiune, anume $\max(n+1, r+1)$:

$$b = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_n], \quad a = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n] - \text{în cazul } r \leq n;$$

$$b = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_r], \quad a = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_r] - \text{în cazul } r > n.$$

Pentru calculul și reprezentarea grafică a *răspunsului* se utilizează aceleași funcții ca la sistemele continue de tip I-E (*step*, *impulse*). De asemenea, implementarea sistemelor compuse (tip serie, paralel, cu reacție) se face la fel ca la sistemele continue. La sistemele discrete cu timp mort nu apar probleme în cazul conexiunii cu reacție. Prin urmare, pentru calculul răspunsului unui conexiuni cu reacție formată din subsisteme continue cu timp mort, fie se înlocuiește timpul mort cu aproximația Padé de un anumit ordin, fie se înlocuiesc sistemele continue cu echivalentele lor discrete.

Echivalentul discret *sisd* al sistemului continuu *sis* (cu sau fără timp mort) se obține cu funcția

$$\text{sisd} = \mathbf{c2d}(\text{sis}, T).$$

2

SISTEME ȘI ALGORITMI DE REGLARE DUPĂ PERTURBAȚIE

Conform *principiului reglării după perturbație* (cauză), sistemul de reglare sesizează cauza perturbatoare (perturbația) și, anticipând efectul acesteia asupra mărimii reglate (de ieșire a procesului), intervine asupra procesului, în paralel cu acțiunea perturbatoare, pentru a genera un *efect opus* (egal și de semn contrar) asupra mărimii reglate.

În schema bloc a sistemului de reglare după perturbație din fig. 2.1, unde canalul de execuție P_0 al procesului include și elementul de execuție, operația de reglare se efectuează numai pe baza valorilor curente ale mărimii de intrare perturbatoare V_1 și ale mărimii de referință R . Deoarece acțiunea compensatoare are loc *în paralel și simultan* cu acțiunea directă a perturbației, în majoritatea cazurilor, sistemul de reglare poate să *prevină* modificarea mărimii reglate de către perturbația considerată. Pe de altă parte, efectul perturbațiilor nemăsurate asupra procesului, care este întotdeauna prezent la procesele fizice reale, rămîne în totalitate *necompensat*. Sistemele de reglare după perturbație sunt sisteme cu structură *deschisă*, deoarece elemental de comandă (numit compensator sau regulator) nu primește informație referitoare la valoarea mărimii reglate, deci la efectul acțiunii sale asupra procesului reglat. În consecință, la sistemele de reglare după perturbație lipsesc *operațiile de autocorecție*, necesare unei reglări sigure și precise, operația de reglare bazându-se numai pe acuratețea modelului procesului reglat.

Un sistem de reglare după perturbație poate realiza numai teoretic o compensare perfectă a efectului perturbației măsurate, prin utilizarea unui regulator (compensator) așa zis „ideal” (uneori impropriu sau chiar necauzal), proiectat pe baza cunoașterii „perfecte” a modelului dinamic al procesului.

În practică, deși apar inevitabil erori de modelare, efectul perturbației măsurate asupra mărimii reglate poate fi redus substanțial, atât în regim staționar, cât și în

regim dinamic, prin utilizarea unui algoritm de compensare adecvat. Reglarea după perturbație (tip *feedforward*) însoțește de regulă reglarea după abatere (tip *feedback*), deoarece numai la reglarea prin reacție mărimea reglată poate urmări suficient de precis și cu autocorecție evoluția în timp a mărimii de referință, în condițiile acțiunii perturbațiilor asupra procesului reglat și a variației în timp a referinței. Prin adăugarea subsistemului de reglare după perturbație, sistemul de reglare după abatere poate realiza o reglare mai bună, cu abateri mai mici ale mărimii reglate față de mărimea de referință, ca urmare a compensării efectului perturbator al perturbației considerate (măsurate).

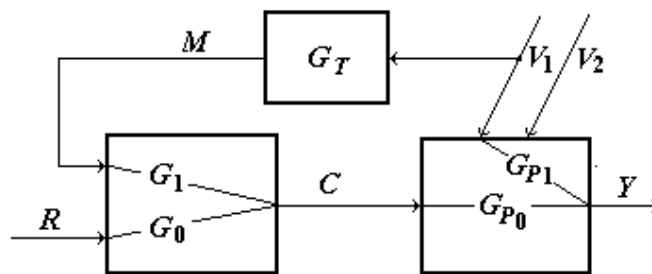


Fig. 2.1. Sistem de reglare după perturbație.

Presupunând că toate elementele din componența sistemului de reglare sunt liniare, relația operațională care exprimă dependența în regim dinamic a mărimii reglate în raport cu mărimile de intrare are forma

$$Y(s) = G_{YR}(s)R(s) + G_{YV_1}(s)V_1(s), \quad (1)$$

unde

$$G_{YR}(s) = G_0(s)G_{P_0}(s), \quad (2)$$

$$G_{YV_1}(s) = G_T(s)G_1(s)G_{P_0}(s) + G_{P_1}(s). \quad (3)$$

Condițiile de reglare perfectă

$$G_{YR}(s) = 1, \quad G_{YV_1}(s) = 0, \quad (4)$$

se îndeplinesc atunci când compensatorul are funcțiile de transfer ideale

$$G_0^{id}(s) = \frac{1}{G_{P_0}(s)}, \quad G_1^{id}(s) = \frac{-G_{P_1}(s)}{G_T(s)G_{P_0}(s)}. \quad (5)$$

De regulă, funcția de transfer $G_0^{id}(s)$ obținută cu relația (5) este improprie (având ordinul relativ negativ), uneori chiar necauzală (cu timp mort negativ), deci imposibil de implementat fizic. De asemenea, funcția de transfer $G_1^{id}(s)$ dată de relația (6) poate fi improprie și/sau necauzală. În plus, ambele funcții de transfer pot rezulta instabile, iar implementarea lor în această formă nu este acceptabilă. În faza de implementare fizică, ambele canale ale compensatorului trebuie să fie *proprii, cauzale și stabile*. În consecință, chiar în condițiile în care dispunem de un model perfect al procesului, există procese la care efectul perturbator nu poate fi perfect compensat în regim dinamic, oricum am alege structura și parametrii compensatorului. Un exemplu în acest sens este procesul cu timp mort, la care timpul mort al canalului de execuție P_0 este mai mare decât timpul mort al canalului perturbator P_1 .

2.1. REGLAREA CU COMPENSATOR DE TIP STATIC

Reglarea după perturbație cu regulator de tip static (pur proporțional) reprezintă o soluție de reglare simplă și robustă, cu performanțe acceptabile în majoritatea cazurilor și cu efort de implementare scăzut. Prin utilizarea unui compensator de tip static, cu ecuația

$$c(t) = K_0 r(t) + K_1 m(t), \quad (6)$$

se poate asigura numai reglarea în regim staționar a mărimii $y(t)$. În consecință, performanțele de reglare în regim tranzitoriu, la perturbație sau referință tip treaptă, sunt relativ slabe, dependente de caracteristicile dinamice ale celor două canale ale procesului reglat: canalul de execuție P_0 și canalul perturbator P_1 .

La sistemele liniare de tip proporțional, factorul de proporționalitate se obține din funcția de transfer prin înlocuirea variabilei complexe s cu 1. Așadar, prin înlocuirea variabilei s cu 1 în relațiile (5), obținem următoarele expresii ale parametrilor regulatorului:

$$K_0 = \frac{1}{K_{P_0}}, \quad K_1 = \frac{-K_{P_1}}{K_T K_{P_0}}. \quad (7)$$

În figurile 2.2 și 2.3 este prezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare cu regulator static la perturbație și respectiv referință treaptă, pentru $G_T(s) = 1$ și

$$G_{P_0}(s) = \frac{3e^{-7s}}{(2s+1)(3s+1)(8s+1)}, \quad G_{P_1}(s) = \frac{2e^{-5s}}{(5s+1)(10s+1)}. \quad (8)$$

Deoarece $K_{P_0} = G_{P_0}(0) = 3$, $K_{P_1} = G_{P_1}(0) = 2$ și $K_T = G_T(0) = 1$, compensatorul are factorii de proporționalitate

$$K_0 = 1/3, \quad K_1 = -2/3. \quad (9)$$

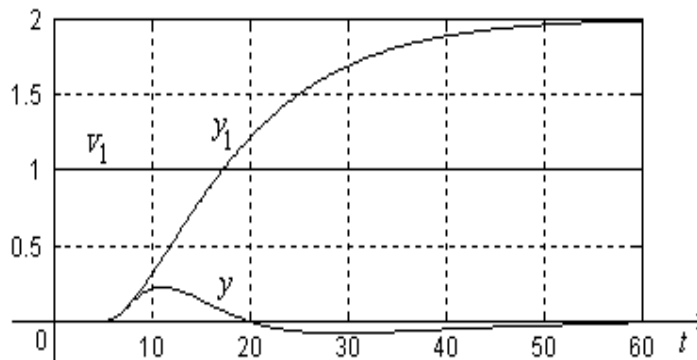


Fig. 2.2. Răspunsuri la perturbație treaptă unitară:
 y_1 - fără compensator; y - cu compensator static.

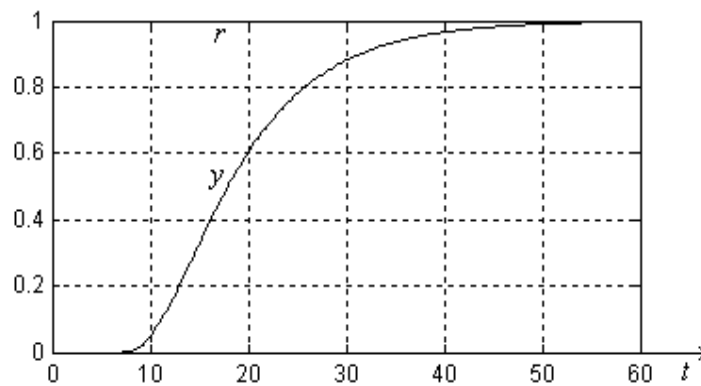


Fig. 2.3. Răspuns la referință treaptă unitară
pentru sistemul cu compensator static.

2.2. REGLAREA CU COMPENSATOR DINAMIC DEDICAT

Prin utilizarea unui compensator de tip dinamic se urmărește compensarea mărimii reglate atât în regim staționar, cât și în regim tranzitoriu. La reglarea cu

compensator dinamic dedicat se pot obține performanțe superioare atât în raport cu perturbația măsurată $v_1(t)$, cât și cu referința $r(t)$, dar efortul și costul de implementare sunt relativ mari, deoarece structura compensatorului este dependentă de forma modelului dinamic al procesului, care trebuie determinat cu un grad ridicat de precizie.

În cazul aplicațiilor practice, performanțele de reglare depind de acuratețea modelului procesului și de limitarea *factorului de magnitudine* al fiecărui canal al compensatorului la o valoare mai mică decât 20 (pentru a evita amplificarea excesivă a zgomotului, a reduce uzura instalației, a diminua consumul de combustibil și energie). Factorul de magnitudine al unui canal al compensatorului (considerat fără timp mort), cu funcția de transfer rațională $G(s)$, este definit ca fiind raportul dintre valoarea inițială și valoarea finală a semnalului de comandă $c(t)$ la intrare treaptă, adică

$$M = \frac{c(0^+)}{c(\infty)} = \frac{G(\infty)}{G(0)}. \quad (10)$$

În ipoteza

$$G_T(s) = 1,$$

formulele ideale (5) ale funcțiilor de transfer ale compensatorului capătă forma simplificată

$$G_0^{id}(s) = \frac{1}{G_{P_0}(s)}, \quad G_1^{id}(s) = \frac{-G_R(s)}{G_{P_0}(s)}. \quad (11)$$

Forma implementabilă presupune ca ambele funcții de transfer să fie *proprii*, *strict stabile* (fără poli cu partea reală nulă sau pozitivă) și *cauzale* (fără timp mort negativ). Astfel, dacă procesul este liniar, stabil și de tip proporțional, cu funcțiile de transfer de forma

$$G_{P_0}(s) = \frac{P_-(s)P_+(s)}{D(s)} e^{-\tau_0 s}, \quad G_R(s) = \frac{P_1(s)}{D_1(s)} e^{-\tau_1 s}, \quad (12)$$

unde polinomul $P_-(s)$ are numai rădăcini cu partea reală negativă, iar polinomul $P_+(s)$ are numai rădăcini cu partea reală pozitivă și satisface proprietatea $P_+(0) = 1$, în locul compensatorului "ideal" (11) se poate utiliza compensatorul cauzal semipropriu, fizic implementabil, cu funcțiile de transfer:

$$G_0(s) = \frac{D(s)}{P_-(s)(T_{f0}s+1)^{k_0}}, \quad (13)$$

$$G_1(s) = \tilde{G}_1(s) e^{-\tau s} = \frac{-D(s)P_1(s)}{P_-(s)D_1(s)(T_{f1}s+1)^{k_1}} e^{-\tau s}, \quad (14)$$

unde

$$\tau = \begin{cases} \tau_1 - \tau_0, & \tau_1 > \tau_0 \\ 0, & \tau_1 \leq \tau_0 \end{cases}, \quad (15)$$

T_{f0} și T_{f1} sunt constante de timp de filtrare, iar puterile k_0 și k_1 sunt numere naturale, astfel încât funcțiile raționale $G_0(s)$ și $\tilde{G}_1(s)$ să fie semiproprii sau strict proprii. Teoretic, cu cât valoarea constantelor de timp T_{f0} și T_{f1} este mai mică, cu atât este mai bună aproximarea funcțiilor de transfer improprii prin funcțiile de transfer semiproprii. În aplicații practice, cele două constante de timp se aleg însă astfel încât să nu se depășească valorile impuse ale factorilor de magnitudine M_0 și M_1 ai compensatorului (nu mai mari de 20):

$$M_0 = \frac{G_0(\infty)}{G_0(0)}, \quad M_1 = \frac{\tilde{G}_1(\infty)}{\tilde{G}_1(0)}. \quad (16)$$

În cazul procesului cu funcțiile de transfer (8) și $G_T(s)=1$, compensatorul dedicat are funcțiile de transfer

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(3s+1)(8s+1)}{3(T_{f0}s+1)^3},$$

$$G_1(s) = \frac{-2(2s+1)(3s+1)(8s+1)}{3(5s+1)(10s+1)(T_{f1}s+1)},$$

căroră le corespund factorii de magnitudine

$$M_0 = \frac{48}{T_{f0}^3}, \quad M_1 = \frac{48}{50T_{f1}^3}.$$

Pentru $M_0=M_1=4$, care implică $T_{f0} \cong 2.29$ și $T_{f1} \cong 0.24$, răspunsurile $y(t)$ și $c(t)$ ale sistemului de reglare la perturbație și referință treaptă sunt reprezentate grafic respectiv în figurile 2.4 și 2.5. Performanțele de reglare sunt mai bune

decât în cazul compensatorului de tip static. Totuși, gradul de compensare a efectului perturbației treaptă este oarecum comparabil cu cel obținut în cazul regulatorului de tip static, datorită faptului că timpul mort al canalului de execuție al procesului este mai mare decât cel al canalului perturbator.

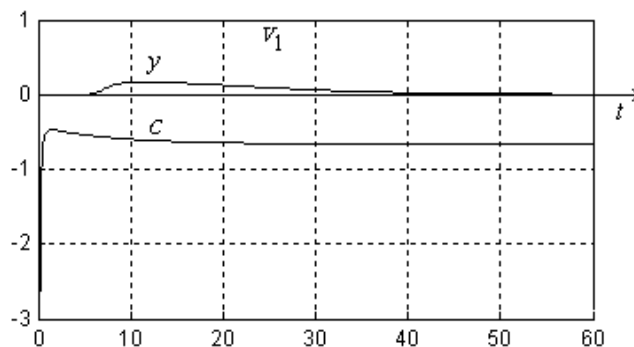


Fig. 2.4. Răspunsul la perturbație treaptă unitară al sistemului cu compensator dinamic dedicat semipropriu.

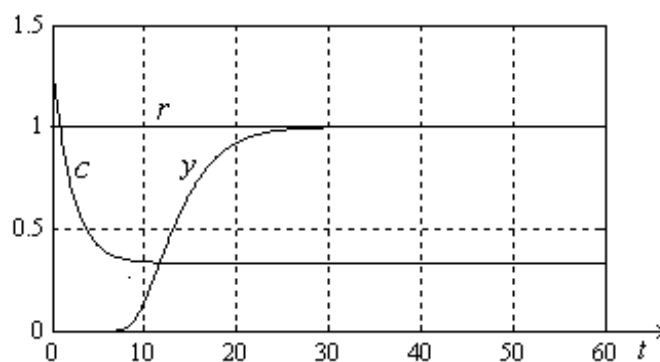


Fig. 2.5. Răspunsul la referință treaptă unitară al sistemului cu compensator dinamic dedicat semipropriu.

În scopul atenuării formei „ascuțite” a semnalului de comandă, puterile k_0 și k_1 din expresiile (13) și (14) ale funcțiilor de transfer ale compensatorului pot fi mărite cu 1, astfel încât funcțiile de transfer $G_0(s)$ și $\tilde{G}_1(s)$ să fie strict proprii, cu ordinul relativ 1. În acest caz, răspunsul fiecărui canal al compensatorului la intrare treaptă are valoarea 0 la momentul $t=0_+$, iar valoarea extremă este atinsă la un moment de timp strict pozitiv, fiind mai mică în modul decât valoarea inițială în modul a compensatorului semipropriu. Deoarece coeficienții de

magnitudine sunt nuli, constantele de timp de filtrare T_{f0} și T_{f1} ai compensatorului strict propriu se pot alege mai mici decât la compensatoarele semiproprii.

În cazul procesului cu funcțiile de transfer (8), compensatorul dedicat strict propriu are funcțiile de transfer de forma

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(3s+1)(8s+1)}{3(T_{f0}s+1)^4}, \quad G_1(s) = \frac{-2(2s+1)(3s+1)(8s+1)}{3(5s+1)(10s+1)(T_{f1}s+1)^2}.$$

Pentru aceleași valori ale constantelor de timp de filtrare ($T_{f0} \cong 2.29$ și $T_{f1} \cong 0.24$), răspunsurile $y(t)$ și $c(t)$ ale sistemului de reglare la perturbație și referință treaptă sunt reprezentate grafic respectiv în figurile 2.6 și 2.7.

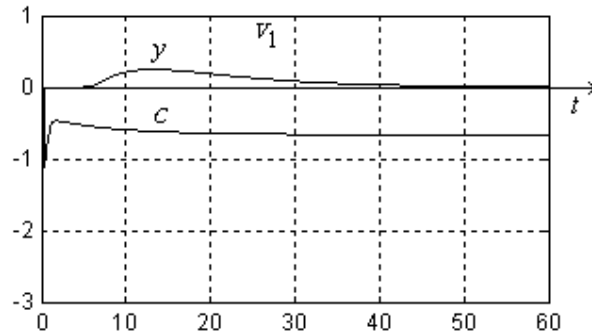


Fig. 2.6. Răspunsul la perturbație treaptă unitară al sistemului cu compensator dinamic dedicat strict propriu.

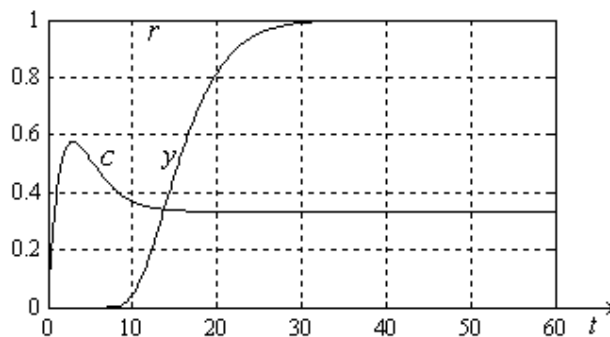


Fig. 2.7. Răspunsul la referință treaptă unitară al sistemului cu compensator dinamic dedicat strict propriu.

2.3. REGLAREA CU COMPENSATOR DINAMIC TIPIZAT

Reglarea cu compensator dinamic tipizat (cu structură standard) este aplicabilă la procesele de tip proporțional, fiind mai precisă decât cea cu compensator static și mult mai practică decât cea cu regulator dinamic dedicat. Acordarea parametrilor compensatorului dinamic tipizat se efectuează experimental, pe baza răspunsurilor indiciale ale canalului de perturbație \mathbf{P}_1 și canalului de execuție \mathbf{P}_0 .

O variantă tipizată a compensatorului dinamic este următoarea:

$$G_1(s) = \frac{K_1(T_0s + 1)e^{-\tau s}}{T_1s + 1}, \quad (17)$$

$$G_0(s) = \frac{K_0(T_0s + 1)}{T_{f0}s + 1}. \quad (18)$$

Factorii de proporționalitate K_0 și K_1 sunt dați de relațiile (8), iar timpul mort τ de relația (15), în care τ_0 și τ_1 sunt timpii morți ai canalelor \mathbf{P}_0 și \mathbf{P}_1 .

Fie $(T_{tr})_0$ durata tranzitorie (fără includerea timpului mort) a răspunsului indicial al canalului de execuție \mathbf{P}_0 , iar $(T_{tr})_1$ durata tranzitorie a răspunsului indicial ale canalelor perturbator \mathbf{P}_1 . În ipoteza în care timpul de răspuns al traductorului este neglijabili față de timpul de răspuns al canalului de execuție \mathbf{P}_0 , constanta de timp de întârziere T_1 se alege aproximativ egală cu o pătrime din durata răspunsului indicial al canalului perturbator \mathbf{P}_1 , adică

$$T_1 \cong \frac{(T_{tr95})_1}{3}, \quad (19)$$

iar constanta de timp de avans T_0 se alege aproximativ egală cu o pătrime din durata $(T_{tr95})_0$ a răspunsului indicial al canalului de execuție \mathbf{P}_0 , adică

$$T_0 \cong \frac{(T_{tr95})_0}{3}. \quad (20)$$

Prin ajustarea convenabilă a constantei de timp T_1 se poate obține o deviație minimă a mărimii reglate $y(t)$ la o variație treaptă a perturbației $v_1(t)$.

Referitor la compensatorul de referință \mathbf{C}_0 , constanta de timp de filtrare T_f se alege de circa 3...10 ori mai mică decât constanta de timp T_0 , astfel încât factorul de magnitudine al compensatorului, anume

$$M_0 = \frac{G_0(\infty)}{G_0(0)} = \frac{T_0}{T_f}, \quad (21)$$

să fie cuprins între 3 și 10. În cazul în care răspunsul $y(t)$ la referință treaptă are un suprareglaj (supradepășire) prea mare, se recomandă micșorează constantei de timp de avans T_0 a funcției de transfer $G_0(s)$.

În cazul în care ambele canale ale procesului sunt de întârziere de ordinul unu, iar timpul mort al canalului de execuție nu depășește timpul mort al canalului perturbator, compensatorul C_1 cu funcția de transfer (17) și parametrii de acordare stabiliți prin această metodologie asigură o compensare dinamică cvasiprecisă a efectului perturbator.

Pentru $\tau \cong mT$, $m \in \mathbf{Z}$, echivalentul discret cu perioada T al compensatorului C_1 are funcția de transfer

$$G^0(s) = K_1 \frac{\frac{T_0}{T_1} z^{-m} + (1 - p_1 - \frac{T_0}{T_1}) z^{-m-1}}{1 - p_1 z^{-1}}, \quad p_1 = e^{-T/\bar{T}_1} \quad (22)$$

și ecuația cu diferențe

$$c_k - p c_{k-1} = K_1 \frac{T_0}{T_1} m_{k-m} + K_1 (1 - p - \frac{T_0}{T_1}) m_{k-m-1}. \quad (23)$$

În cazul în care $T_0 \leq T_1$ (timpul tranzitoriu al canalului de execuție \mathbf{P}_0 este mai mic decât timpul tranzitoriu al canalului perturbator \mathbf{P}_1), pentru funcția de transfer a compensatorului C_1 se poate utiliza forma redusă

$$\bar{G}_1(s) = \frac{K_1 e^{-\tau s}}{\bar{T}_1 s + 1}, \quad (24)$$

cu

$$\bar{T}_1 = T_1 - T_f \cong \frac{(T_{tr})_1 - (T_{tr})_0}{3}. \quad (25)$$

Valoarea constantei de timp \bar{T}_1 poate fi ulterior ajustată experimental astfel încât deviația maximă a mărimii reglate $y(t)$ la o variație treaptă a perturbației $v_1(t)$ să fie minimă.

În majoritatea cazurilor practice se utilizează un compensator dinamic tipizat, nejustificându-se varianta cu compensator dinamic destinat (având o structură sofisticată și necesitând un efort mare de cercetare, proiectare și implementare), în condițiile în care efectul celorlalte perturbații rămâne în totalitate necompensat.

Pentru procesul cu funcțiile de transfer (8), în figura 2.8 sunt prezentate răspunsurile indiciale $y_0(t)$ și $y_1(t)$ ale canalului de execuție și canalului perturbator ale procesului. Rezultă $(T_{tr})_0 \cong 37-7=30$ și $(T_{tr})_1 \cong 41-5=36$, deci $T_1 = 11$, $T_0 = 10$ și $T_f = 2$. Pe baza relațiilor prezentate, obținem compensatorul dinamic tipizat cu funcțiile de transfer

$$G_0(s) = \frac{10s+1}{3(2s+1)}, \quad G_1(s) = \frac{-2(10s+1)}{3(12s+1)}. \quad (26)$$

Deoarece răspunsul $y(t)$ la referință treaptă are un suprareglaj prea mare, pentru reducerea acestuia se micșorează constanta de timp de avans T_0 a funcției de transfer $G_0(s)$.

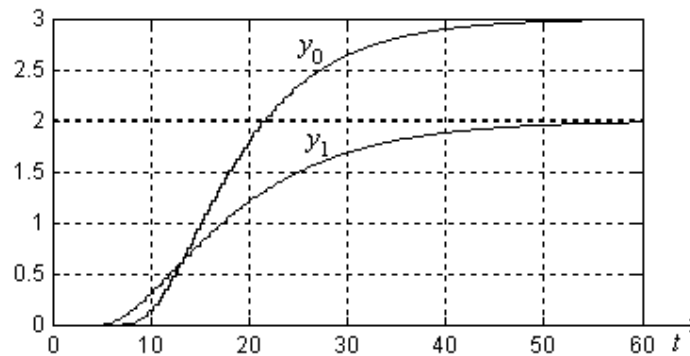


Fig. 2.8. Răspunsurile indiciale ale procesului.

În figurile 2.9 și 2.10 sunt reprezentate răspunsurile $y(t)$ și $c(t)$ ale sistemului de reglare respectiv la perturbație și referință treaptă unitară. În ambele cazuri, coeficientul de magnitudine al semnalului de comandă este substanțial mai mic decât la reglarea cu compensator dinamic dedicat. Alegând

$$G_0(s) = \frac{8s+1}{3(2s+1)}, \quad (27)$$

răspunsul $y(t)$ la referință treaptă unitară va avea suprareglajul zero.

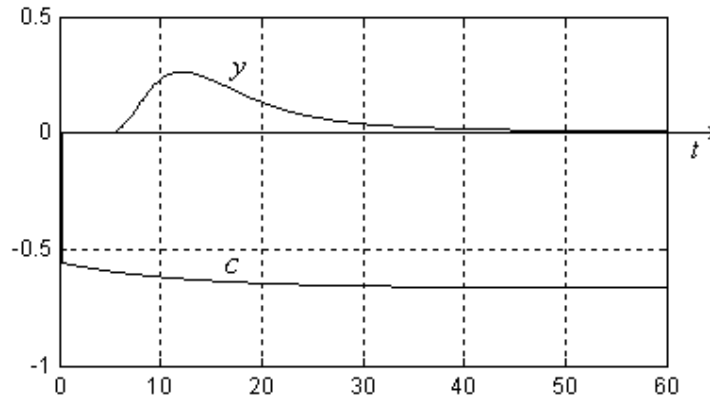


Fig. 2.9. Răspunsuri la perturbație treaptă unitară ale sistemului cu compensator dinamic tipizat.

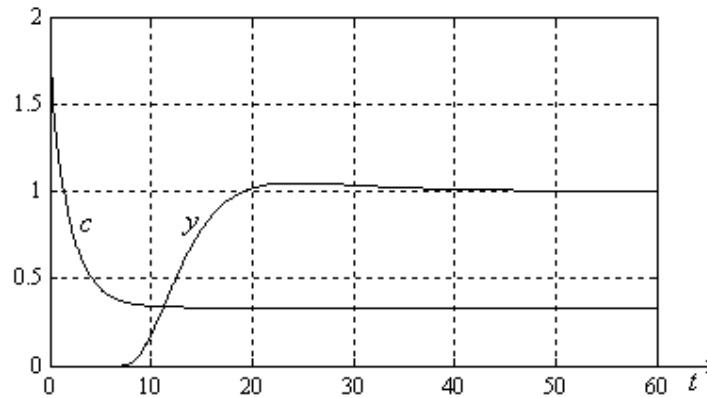


Fig. 2.10. Răspunsuri la referință treaptă unitară ale sistemului cu compensator dinamic tipizat.

În cazul în care canalele de execuție și de perturbație au timpii morți inversați (respectiv egali cu 5 și 7), compensatorul C_0 va avea aceeași funcție de transfer, iar compensatorul C_1 va avea funcția de transfer

$$G_1(s) = \frac{-2(10s+1)e^{-2s}}{3(12s+1)}. \quad (28)$$

În figura 2.11 sunt reprezentate răspunsurile $y(t)$ și $c(t)$ ale sistemului de reglare la perturbație treaptă unitară. În mod evident, calitatea compensării efectului perturbator este mai bună decât în cazul anterior, când timpul mort al canalului de execuție era mai mare decât cel al canalului perturbator.

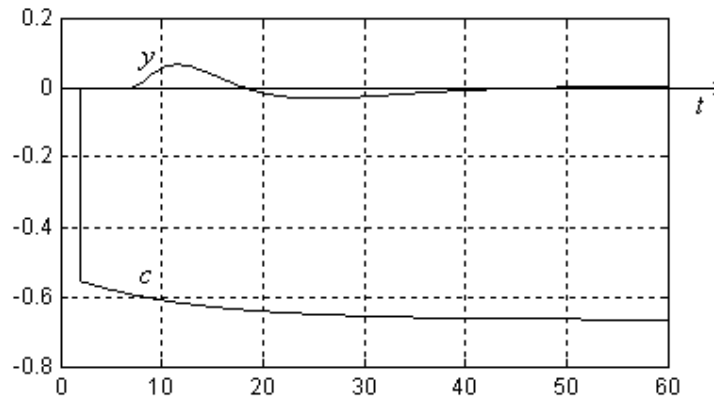


Fig. 2.11. Răspunsuri la perturbație treaptă în cazul procesului cu timpi morți inverși, reglat cu compensatorul dinamic tipizat (27).

2.4. APLICAȚII REZOLVATE

♦ **Aplicația 2.1.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au ecuațiile:

$$(P) \quad 18\ddot{y} + 9\dot{y} + y = u - 0,5v_1;$$

$$(E) \quad 2\dot{u} + u = 2c;$$

$$(T) \quad \dot{m} + m = v_1.$$

Să se proiecteze:

- compensatorul de tip static;
- compensatorul dinamic dedicat cu factorii de magnitudine $M_0 = 6$ și $M_1 = 18$.

Soluție. (a) Elementele fixate ale sistemului de reglare au modelele staționare:

$$y = u - 0,5v_1, \quad u = 2c, \quad m = v_1.$$

Rezultă

$$K_{P_0} = 1, \quad K_{P_1} = -0,5, \quad K_E = 2, \quad K_T = 1.$$

Regulatorul staționar are ecuația $c = K_0 r + K_1 m$, unde

$$K_0 = \frac{1}{K_{P_0} K_E} = 0,5, \quad K_1 = \frac{-K_{P_1}}{K_{P_0} K_E K_T} = \frac{1}{4}.$$

În figura 2.11 este reprezentat răspunsul $y(t)$ sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară.

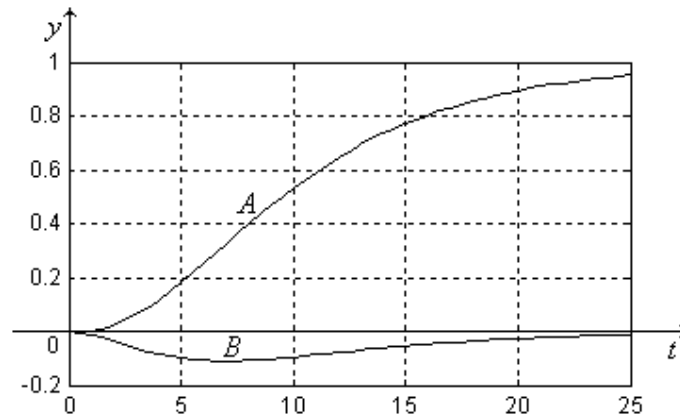


Fig. 2.11. Răspunsul sistemului cu compensator static:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul:

```
s=tf('s'); t=0:0.1:25;
P0=1/(18*s^2+9*s+1);
P1= -0.5/(18*s^2+9*s+1);
EE=2/(2*s+1);
TR=1/(s+1);
R0=0.5; R1=0.25;
S0=P0*EE*R0;
S1=P1+P0*E*R1*TR;
step(S0,S1,t);
grid on;
```

(b) Elementele fixate ale sistemului de reglare au funcțiile de transfer:

$$G_{P_0} = \frac{1}{(3s+1)(6s+1)}, \quad G_{P_1} = \frac{-0,5}{(3s+1)(6s+1)}, \quad G_T = \frac{1}{s+1}, \quad G_E = \frac{2}{2s+1}.$$

Compensatorul dinamic "ideal" are funcțiile de transfer

$$G_0^{id}(s) = \frac{1}{G_E(s)G_{P_0}(s)} = \frac{(2s+1)(3s+1)(6s+1)}{2},$$

$$G_1^{id}(s) = \frac{-G_{P_1}(s)}{G_T(s)G_E(s)G_{P_0}(s)} = \frac{(s+1)(s+2)}{4}.$$

Compensatorul dinamic implementabil are funcțiile de transfer de forma

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(3s+1)(6s+1)}{2(T_{f0}s+1)^3},$$

$$G_1(s) = \frac{(s+1)(2s+1)}{4(T_{f1}s+1)^2},$$

căroră le corespund factorii de magnitudine

$$M_0 = \frac{G_0(\infty)}{G_0(0)} = \frac{36}{T_{f0}^3}, \quad M_1 = \frac{G_1(\infty)}{G_1(0)} = \frac{2}{T_{f1}^2}.$$

Pentru $M_0=6$ și $M_1=18$, rezultă $T_{f0} = \sqrt[3]{6} \cong 1,82$ și $T_{f1} = \frac{1}{3}$. In figura 2.12 este reprezentat răspunsul sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul

```
s=tf('s');
t=0:0.1:25;
P0=1/(18*s^2+9*s+1);
P1= -0.5/(18*s^2+9*s+1);
EE=2/(2*s+1);
TR=1/(s+1);
T0=1.82; R0=(2*s+1)*(3*s+1)*(6*s+1)/2/(1.82*s+1)^3;
T1=1/3; R1=(s+1)*(2*s+1)/4/(1/3*s+1)^2;
S0=P0*EE*R0;
S1=P1+P0*EE*R1*TR;
step(S0,S1,t);
grid on;
```

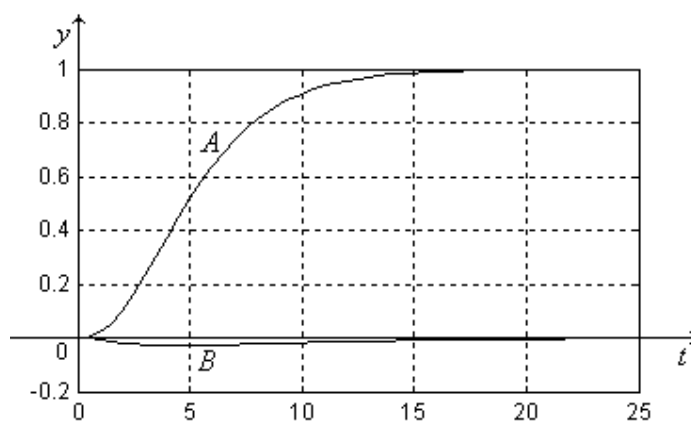


Fig. 2.12. Răspunsul sistemului cu compensator dinamic semiproprriu:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

În figura 2.13 sunt reprezentate răspunsurile compensatorului $c(t)$ la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute cu programul precedent, în care s-au înlocuit ultimele două linii cu linia

`step(R0,R1*T,t); grid on;`

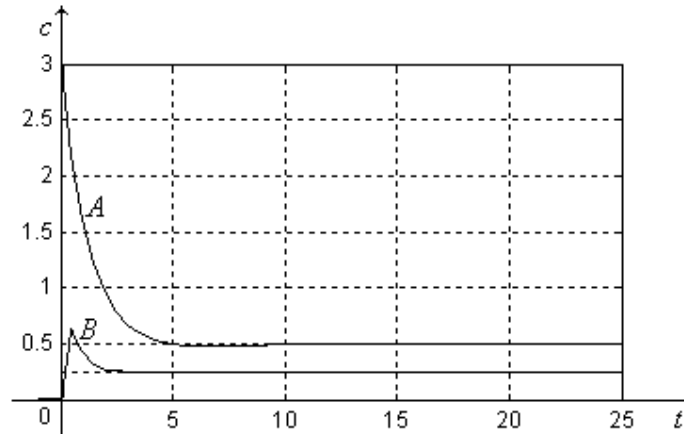


Fig. 2.13. Răspunsul compensatorului dinamic semiproportiu:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

♦ **Aplicația 2.2.** Considerăm un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, la care elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P_0} = \frac{e^{-2s}}{(3s+1)(6s+1)}, \quad G_{P_1} = \frac{-0,5e^{-6s}}{(3s+1)(15s+1)}, \quad G_E = \frac{1}{2s+1}, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

- compensatorul de tip static;
- compensatorul dinamic dedicat semiproportiu, cu factorii de magnitudine $M_0 = 6$ și $M_1 = 4$;
- un compensator dinamic dedicat strict propriu.

Soluție. (a) Elementele fixate ale sistemului de reglare au factorii statici de proporționalitate

$$K_{P_0} = G_{P_0}(0) = 1, \quad K_{P_1} = G_{P_1}(0) = -0,5,$$

$$K_E = G_E(0) = 1, \quad K_T = G_T(0) = 1.$$

Regulatorul staționar are ecuația $c = K_0 r + K_1 m$, unde

$$K_0 = \frac{1}{K_{P_0} K_E} = 1, \quad K_1 = \frac{-K_{P_1}}{K_{P_0} K_E K_T} = \frac{1}{2}.$$

În figura 2.14 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință și perturbăție treaptă unitară. Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul:

```
s=tf('s'); t=0:0.5:60;
P0=1/(3*s+1)/(6*s+1); P0.iodelay=2;
P1= -0.5/(3*s+1)/(15*s+1); P1.iodelay=6;
EE=1/(2*s+1);
TR=1;
R0=1; R1=0.5;
Y0=step(P0*EE*R0,t);
Y1=step(P1,t);
Y2=step(P0*E*R1*TR,t);
plot(t,Y0,t,Y1+Y2);
grid on;
```

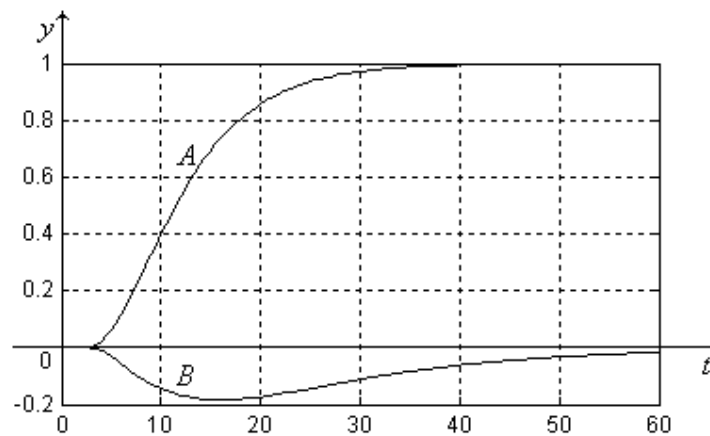


Fig. 2.14. Răspunsul sistemului de reglare cu compensator static:
A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

(b) Compensatorul dinamic ”ideal” are funcțiile de transfer

$$G_0^{id}(s) = \frac{1}{G_E(s)G_{P_0}(s)} = (2s+1)(3s+1)(6s+1)e^{2s},$$

$$G_1^{id}(s) = \frac{-G_{P_1}(s)}{G_T(s)G_E(s)G_{P_0}(s)} = \frac{(2s+1)(6s+1)e^{-4s}}{2(15s+1)}.$$

Compensatorul dinamic implementabil are funcțiile de transfer

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(3s+1)(6s+1)}{(T_{f0}s+1)^3},$$

$$G_1(s) = \tilde{G}_1(s)e^{-4s} = \frac{(2s+1)(6s+1)e^{-4s}}{2(15s+1)(T_{f1}s+1)},$$

căroră le corespund factorii de magnitudine

$$M_0 = \frac{G_0(\infty)}{G_0(0)} = \frac{36}{T_{f0}^3}, \quad M_1 = \frac{\tilde{G}_1(\infty)}{\tilde{G}_1(0)} = \frac{4}{5T_{f1}}.$$

Pentru $M_0=6$ și $M_1=4$, rezultă $T_{f0} = \sqrt[3]{6} \cong 1,82$ și $T_{f1} = 0,2$. În figura 2.15 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul

```
s=tf('s'); t=0:0.5:60;
P0=1/(3*s+1)/(6*s+1); P0.iodelay=2;
P1= -0.5/(3*s+1)/(15*s+1); P1.iodelay=6;
EE=1/(2*s+1); TR=1;
R0=(2*s+1)*(3*s+1)*(6*s+1)/(1.82*s+1)^3;
R1=(2*s+1)*(6*s+1)/2/(15*s+1)/(0.2*s+1);
R1.iodelay=4;
Y0=step(P0*EE*R0,t);
Y1=step(P1,t);
Y2=step(P0*E*R1*TR,t);
plot(t,Y0,t,Y1+Y2);
grid on;
```

În figura 2.16 este reprezentat răspunsul $c(t)$ al compensatorului la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute cu programul precedent, în care s-au înlocuit ultimele patru linii cu linia

```
step(R0,R1*T,t); grid on;
```

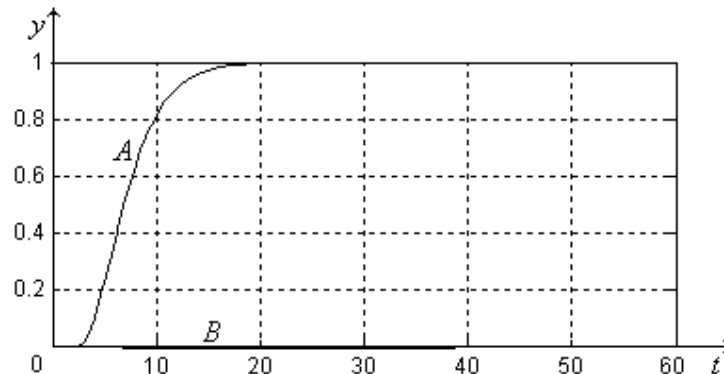


Fig. 2.15. Răspunsul sistemului cu compensator dinamic semipropriu:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

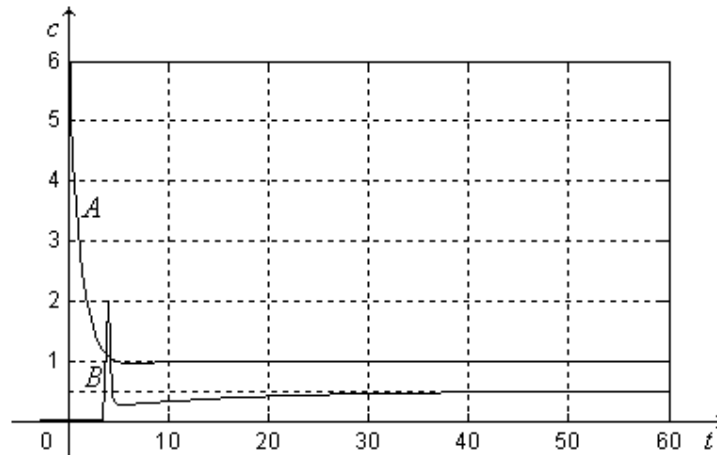


Fig. 2.16. Răspunsul compensatorului dinamic semipropriu:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

(c) Pentru $T_{f0} = 1,3$ și $T_{f1} = 0,1$, compensatorul dinamic dedicat strict propriu are funcțiile de transfer

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(3s+1)(6s+1)}{(1,5s+1)^4}, \quad G_1(s) = \frac{(2s+1)(6s+1)e^{-4s}}{2(15s+1)(0,1s+1)}.$$

Răspunsurile $y(t)$ și $c(t)$ ale sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară sunt reprezentate grafic în figurile 2.17 și 2.18. Performanțele de reglare sunt comparabile cu cele obținute cu compensatorul dinamic dedicat semipropriu, dar semnalele de comandă sunt mai puțin agresive, atât la referință treaptă unitară cât și la perturbație treaptă unitară.

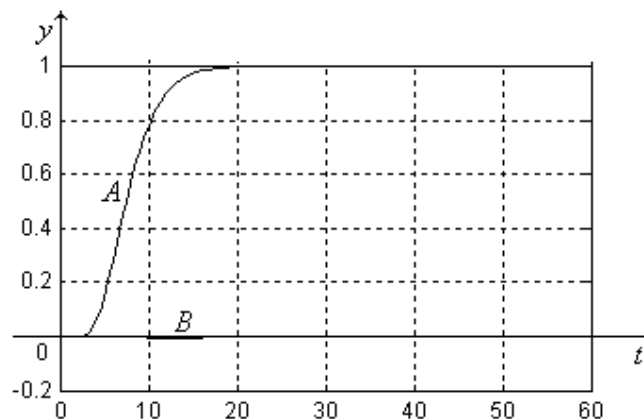


Fig. 2.17. Răspunsul sistemului cu compensator dinamic strict propriu:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

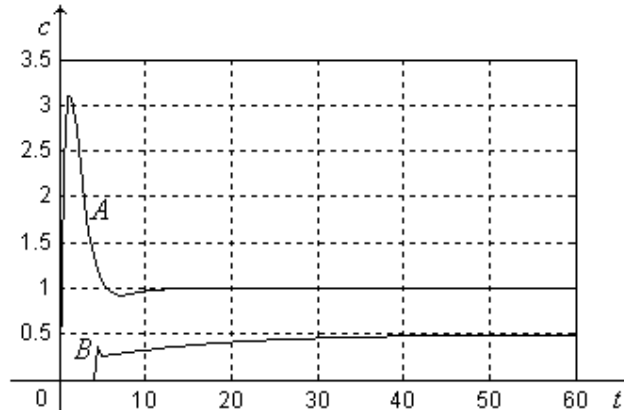


Fig. 2.18. Răspunsul compensatorului dinamic strict propriu:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

◆ **Aplicația 2.3.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P_0} = \frac{2e^{-5s}}{8s+1}, \quad G_{R_1} = \frac{-e^{-3s}}{4s+1}, \quad G_E = \frac{1}{2s+1}, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

- compensatorul de tip static;
- compensatorul dinamic dedicat cu factorii de magnitudine $M_0 = 4$ și $M_1 = 8$.

Soluție. (a) Elementele fixate ale sistemului de reglare au factorii statici de proporționalitate

$$K_{P_0} = G_{P_0}(0) = 2, \quad K_{R_1} = G_{R_1}(0) = -1, \quad K_E = G_E(0) = 1, \quad K_T = G_T(0) = 1.$$

Compensatorul static are ecuația $c = K_0 r + K_1 m$, unde

$$K_0 = \frac{1}{K_{P_0} K_E} = 0,5, \quad K_1 = \frac{-K_{R_1}}{K_{P_0} K_E K_T} = 0,5.$$

În figura 2.19 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul:

```
s=tf('s'); t=0:0.5:40;
P0=2/(8*s+1); P0.iodelay=5;
P1= -1/(4*s+1); P1.iodelay=3;
E=1/(2*s+1); TR=1;
R0=0.5; R1= 0.5;
```

```

Y0=step(P0*E*R0,t);
Y1=step(P1,t);
Y2=step(P0*E*R1*TR,t);
plot(t,Y0,t,Y1+Y2);
grid on;

```

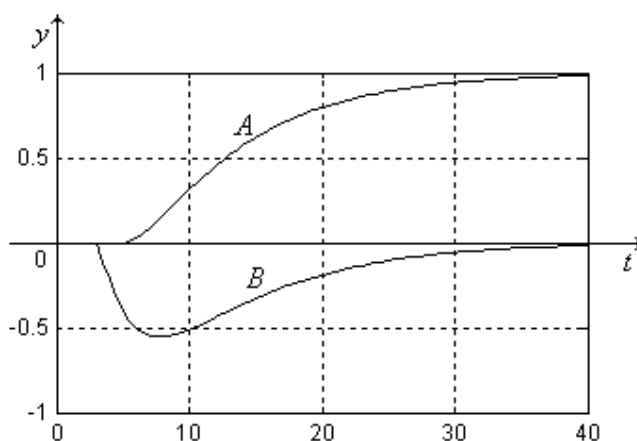


Fig. 2.19. Răspunsul sistemului cu compensator static:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

(b) Compensatorul dinamic “ideal” are funcțiile de transfer

$$G_0^{id}(s) = \frac{1}{G_E(s)G_{P_0}(s)} = \frac{(2s+1)(8s+1)e^{5s}}{2},$$

$$G_1^{id}(s) = \frac{-G_{P_1}(s)}{G_T(s)G_E(s)G_{P_0}(s)} = \frac{(2s+1)(8s+1)e^{2s}}{2(4s+1)}.$$

Compensatorul dinamic implementabil are funcțiile de transfer de forma

$$G_0(s) = \frac{(2s+1)(8s+1)}{2(T_{f0}s+1)^2},$$

$$G_1(s) = \frac{(2s+1)(8s+1)}{2(4s+1)(T_{f1}s+1)},$$

căroră le corespund factorii de magnitudine

$$M_0 = \frac{G_0(\infty)}{G_0(0)} = \frac{16}{T_{f0}^2}, \quad M_1 = \frac{G_1(\infty)}{G_1(0)} = \frac{4}{T_{f1}}.$$

Pentru $M_0 = 4$ și $M_1 = 8$, rezultă $T_{f0} = 2$ și $T_{f1} = 0,5$. În figura 2.20 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute în MATLAB, cu programul

```
s=tf('s');
t=0:0.5:40;
P0=2/(8*s+1); P0.iodelay=5;
P1= -1/(4*s+1); P1.iodelay=3;
E=1/(2*s+1);
TR=1;
R0=(8*s+1)/(2*s+1)/2;
R1=(2*s+1)*(8*s+1)/(4*s+1)/(s+2);
Y0=step(P0*E*R0,t);
Y1=step(P1,t);
Y2=step(P0*E*R1*TR,t);
plot(t,Y0,t,Y1+Y2);
grid on;
```

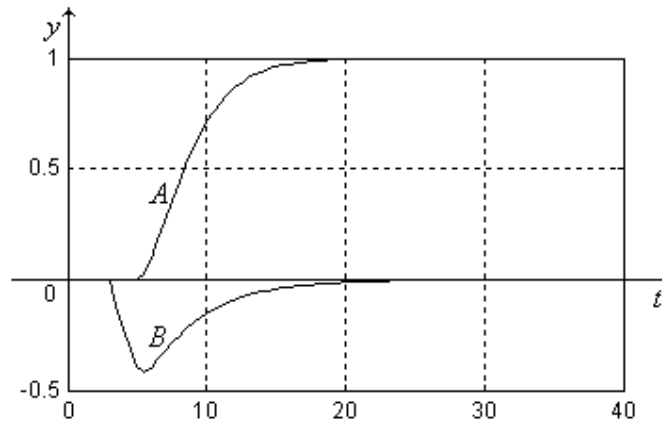


Fig. 2.20. Răspunsul sistemului cu compensator dinamic semipropriu:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

În figura 2.21 este reprezentat răspunsul $c(t)$ al compensatorului la referință și perturbație treaptă unitară. Graficele au fost obținute cu programul precedent, în care s-au înlocuit ultimele patru linii cu linia

```
step(R0,R1*T,t); grid on;
```

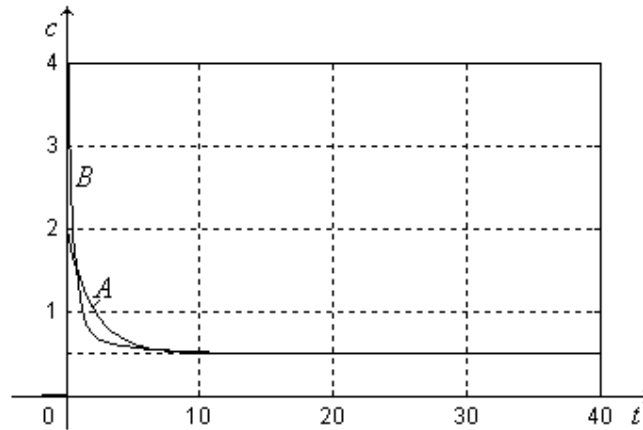


Fig. 2.21. Răspunsul compensatorului dinamic semiproprui:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

♦ **Aplicația 2.4.** Considerăm un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, la care elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P_0} = \frac{e^{-2s}}{3s+1}, \quad G_{P_1} = \frac{-0,5(2s+1)e^{-4s}}{(4s+1)(6s+1)}, \quad G_E = \frac{1}{s+1}, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

- compensatorul de tip static;
- compensatorul dinamic tipizat cu factorul de magnitudine $M_0=3$;
- compensatorul dinamic tipizat redus C_1 .

Soluție. (a) Elementele fixate ale sistemului de reglare au factorii statici de proporționalitate

$$K_{P_0} = G_{P_0}(0) = 1, \quad K_{P_1} = G_{P_1}(0) = -0,5,$$

$$K_E = G_E(0) = 1, \quad K_T = G_T(0) = 1.$$

Compensatorul static are ecuația $c = K_0 r + K_1 m$, unde

$$K_0 = \frac{1}{K_{P_0} K_E} = 1, \quad K_1 = \frac{-K_{P_1}}{K_{P_0} K_E K_T} = 0,5.$$

În figura 2.22 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință și perturbație treaptă unitară.

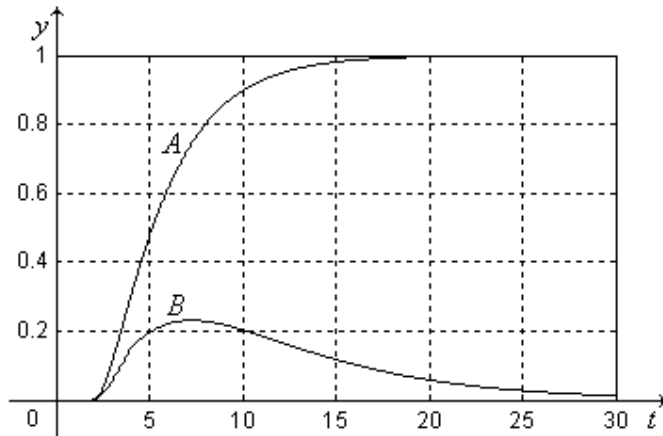


Fig. 2.22. Răspunsul sistemului cu compensator static:
A – pentru $r=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

(b) Avem $K_0=1$, $K_1=0,5$ și $\tau=\tau_1-\tau_0=4-2=2$. Din răspunsurile indiciale ale procesului (fig. 2.23), rezultă duratele (fără timp mort) $(T_{tr})_0 \cong 12$ și $(T_{tr})_1 \cong 24$.

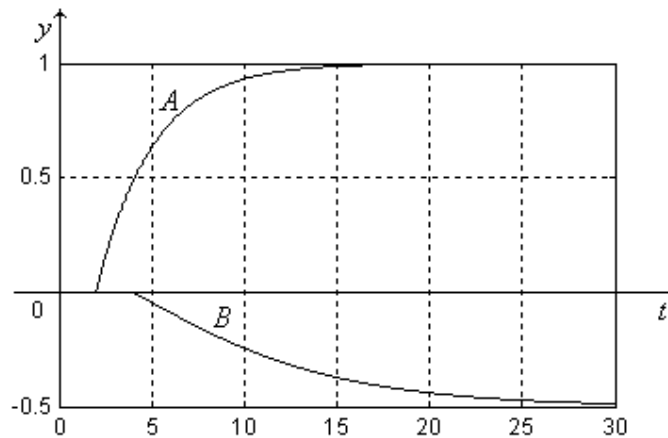


Fig. 2.23. Răspunsul indicial al procesului:
A – pentru $u=1(t)$; *B* – pentru $v_1=1(t)$.

În conformitate cu (18), canalul C_0 al compensatorului are funcția de transfer

$$G_0(s) = \frac{K_0(T_0s+1)}{T_f s+1},$$

unde

$$K_0=1, \quad T_0=(T_{tr})_0/4=3.$$

Alegând

$$T_f = \frac{T_0}{M_0} = 1,$$

rezultă

$$G_0(s) = \frac{3s+1}{s+1}.$$

Răspunsul $y(t)$ la referință treaptă este reprezentat în figura 2.24 (curba A).

În conformitate cu (17), canalul C_1 al compensatorului are funcția de transfer

$$G_1(s) = \frac{K_1(T_0s+1)e^{-\tau s}}{T_1s+1},$$

unde

$$K_1 = 0,5, \quad \tau = \tau_1 - \tau_0 = 4 - 2 = 2$$

și

$$T_1 = \frac{(T_{tr})_1}{4} \cong 6.$$

Rezultă

$$G_1(s) = \frac{0,5(3s+1)e^{-2s}}{6s+1}.$$

În figura 2.24 este reprezentat răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la perturbație treaptă unitară (curba B), iar în figura 2.25 este reprezentat răspunsul $c(t)$ compensatorului la referință, respectiv perturbație treaptă unitară.

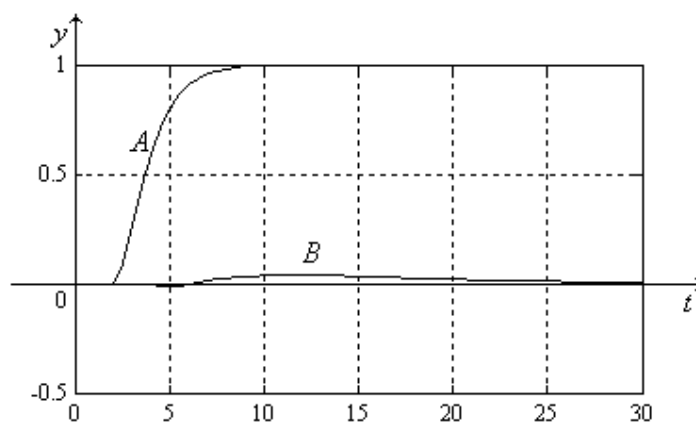


Fig. 2.24. Răspunsul sistemului cu compensator dinamic tipizat:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

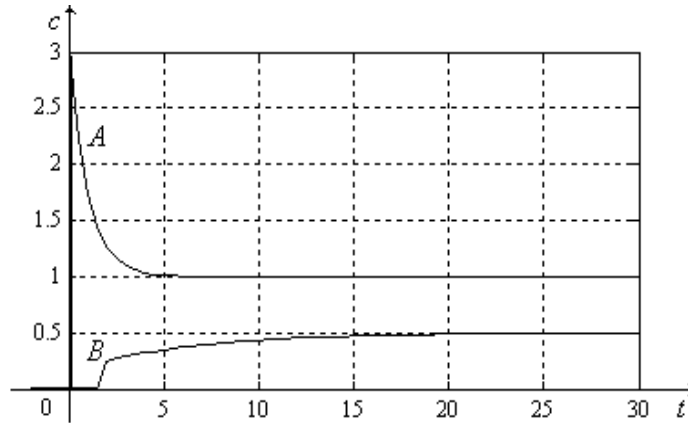


Fig. 2.25. Răspunsul compensatorului dinamic tipizat:

A – pentru $r=1(t)$; B – pentru $v_1=1(t)$.

(c) Deoarece $(T_{tr})_1 \geq (T_{tr})_0$, canalul C_1 al compensatorului are funcția de transfer redusă

$$\bar{G}_1(s) = \frac{K_1 e^{-\tau s}}{\bar{T}_1 s + 1},$$

cu $K_1 = 0,5$, $\tau = \tau_1 - \tau_0 = 4 - 2 = 2$ și $\bar{T}_1 \cong \frac{(T_{tr})_1 - (T_{tr})_0}{4} = 3$. Prin urmare,

$$G_1(s) = \frac{0,5e^{-2s}}{3s + 1}.$$

Răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la perturbație treaptă este practic identic cu cel din figura 2.24, curba B.

2.5. APLICAȚII DE AUTOCONTROL

◆ **AC2.1.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au ecuațiile:

$$(P) \quad 24\ddot{y} + 10\dot{y} + y = 2u - 0,5v_1;$$

$$(E) \quad 2\dot{u} + u = c;$$

$$(T) \quad \dot{m} + m = v_1.$$

Să se proiecteze:

(a) compensatorul de tip static;

(b) compensatorul dinamic dedicat semipropru, cu factorii de magnitudine $M_0=5$ și $M_1=9$;

(c) un compensator dinamic dedicat strict propriu.

♦ **AC2.2.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P0} = \frac{2}{(5s+1)(6s+1)}, \quad G_{P1} = \frac{-0,5}{(s+1)(2s+1)(3s+1)}, \quad G_E = \frac{1}{5s+1}, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

(a) compensatorul de tip static;

(b) compensatorul dinamic dedicat semipropru, cu factorii de magnitudine $M_0=6$ și $M_1=6$;

(c) un compensator dinamic dedicat strict propriu.

♦ **AC2.3.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P0} = \frac{e^{-2s}}{(5s+1)(6s+1)}, \quad G_{P1} = \frac{-0,5}{(s+1)(2s+1)(5s+1)}, \quad G_E = 1, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

(a) compensatorul de tip static;

(b) compensatorul dinamic dedicat semipropru, cu factorii de magnitudine $M_0=4$ și $M_1=4$;

(c) un compensator dinamic dedicat strict propriu.

♦ **AC2.4.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P0} = \frac{e^{-3s}}{(5s+1)(6s+1)}, \quad G_{P1} = \frac{-0,5e^{-6s}}{(4s+1)(10s+1)}, \quad G_E = 1, \quad G_T = \frac{1}{2s+1}.$$

Să se proiecteze:

(a) compensatorul de tip static;

(b) compensatorul dinamic dedicat semipropru cu $M_0=4$ și $M_1=16$;

(c) un compensator dinamic dedicat strict propriu.

♦ **AC2.5.** La un SRA după perturbație cu structura din figura 2.1, elementele părții fixate au funcțiile de transfer:

$$G_{P0} = \frac{1}{(3s+1)(5s+1)}, \quad G_{P1} = \frac{e^{-2s}}{4(4s+1)(6s+1)}, \quad G_E = \frac{1}{s+1}, \quad G_T = 1.$$

Să se proiecteze:

(a) compensatorul de tip static;

(b) compensatorul dinamic tipizat cu $M_0=4$ și funcțiile de transfer sub forma

$$G_0(s) = \frac{K_0(T_0s+1)}{T_f s+1}, \quad G_1(s) = \frac{K_1(T_0s+1)e^{-\tau s}}{T_1s+1};$$

(c) compensatorul dinamic tipizat redus C_1 cu funcția de transfer de forma

$$\bar{G}_1(s) = \frac{K_1 e^{-\tau s}}{\bar{T}_1s+1}.$$

3

SISTEME ȘI ALGORITMI DE REGLARE DUPĂ ABATERE

Conform *principiului reglării după abatere* (efect), sistemul de reglare sesizează valoarea curentă a mărimii de ieșire a procesului (a mărimii reglate), o compară cu valoarea curentă a mărimii de referință și, în urma prelucrării convenabile a erorii (abaterii, diferenței) rezultate, generează o comandă adecvată pentru acționarea procesului reglat, în vederea aducerii și menținerii mărimii reglate la valoarea de referință, indiferent de cauza care a provocat eroarea (acțiunea perturbațiilor asupra procesului și/sau modificarea mărimii de referință). Compararea directă a mărimii reglate cu mărimea de referință are sens atunci când ambele mărimi sunt exprimate în procente (prin raportare la domeniul de măsurare).

La aceste sisteme de reglare, apariția erorii *nu poate fi prevenită*, dar acțiunea de reducere și eliminare a acesteia începe din momentul producerii celei mai mici erori sesizabile, *indiferent de cauza* care a provocat eroarea.

Sistemele de reglare după abatere sunt sisteme cu structură *închisă*, deoarece elementul de comandă (cunoscut sub denumirea de *regulator*) primește în permanență informație referitoare la valoarea mărimii reglate, deci la efectul acțiunii sale asupra procesului reglat, generând comenzi de *autocorecție* necesare realizării unei reglări sigure și precise.

După cum mărimea reglată trebuie menținută constantă, modificată după un program dinainte cunoscut sau modificată după un program arbitrar (impus de forma de variație a unei mărimi fizice exterioare variabile în timp), sistemele de reglare pot fi:

- de stabilizare automată (cu referința constantă);
- de reglare automată după program (cu referința variabilă după un program dat) ;

- de urmărire automată (cu referința arbitrar variabilă).

Omul, cel mai evoluat sistem cunoscut, utilizează în mod curent principiile reglării după abatere și perturbație. În plus, majoritatea procesele interne specifice corpului viu se desfășoară în strânsă corelație cu aceste două principii.

În figura 3.1 este prezentată schema practică a unui sistem monovariabil de reglare automată după eroare (abatere). Dispozitivul de reglare a procesului **P** este compus din traductorul **T**, regulatorul **R** (care include și elementul de comparație) și elementul de execuție **E**, care îndeplinesc respectiv funcțiile de *măsurare* (mai exact, de transformare, traducere, sesizare), de *comandă* și de *execuție*.

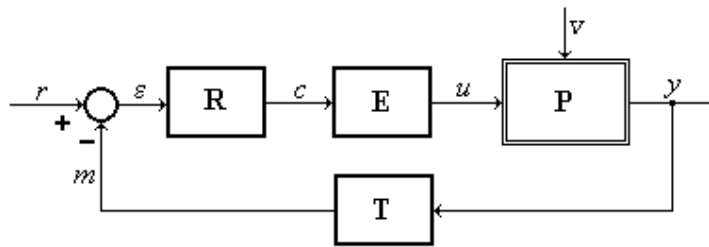


Fig. 3.1. Sistem de reglare automată după eroare.

3.1. ALGORITMUL DE REGLARE PID CONTINUU

Reglatoarele clasice (convenționale) generează comanda c prin prelucrarea erorii curente $\varepsilon = r - m$ (r - semnal de referință sau "setpoint"; m - semnal de măsurare sau de reacție) după cunoscutul *algoritm de reglare PID* (de tip proporțional-integral-derivativ). În majoritatea cazurilor, algoritmul continuu PID este utilizat sub următoarea *formă improprie*

$$c = K_R \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right) + c_0, \quad \varepsilon = r - m, \quad (1)$$

în care K_R , T_i și T_d sunt parametrii de acordare (K_R - factorul de proporționalitate, T_i - constanta de timp integrală, T_d - constanta de timp derivativă), iar c_0 este valoarea comenzii la momentul $t=0$, când sistemul de reglare se află în regim staționar, cu eroarea zero. Caracterul impropriu al algoritmului este dat de componenta derivativă, care are ordinul de derivare a erorii (egal cu 1) mai mare decât ordinul maxim de derivare a comenzii (egal cu 0).

Între factorul de proporționalitate K_R (de regulă adimensional, deoarece mărimile de intrare și de ieșire ale regulatorului sunt semnale de aceeași natură

fizică) și banda de proporționalitate B_p (cu care se operează frecvent în practică) există relația $K_R = 100/B_p$.

În forma (1) a algoritmului de reglare, factorul de proporționalitate K_R influențează în mod egal toate cele trei componente ale comenzii. Prin modificarea de către operatorul tehnolog a factorului de proporționalitate K_R se poate obține o comandă mai puternică (mărind pe K_R), sau mai slabă (micșorând pe K_R), fără a influența ponderea relativă a celor trei componente P, I și D.

Regulatorul PID cu ecuația (1) are funcția de transfer improprie

$$G_{PID}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (2)$$

Componenta proporțională **P**, componenta integrală (integratoare) **I** și componenta derivativă (derivatoare) **D** au expresiile

$$c_P = K_R \varepsilon + c_0, \quad c_I = \frac{K_R}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt, \quad c_D = K_R T_d \frac{d\varepsilon}{dt},$$

fiind proporționale respectiv cu eroarea, cu integrala erorii și cu viteza de variație a erorii. În realizarea unei reglări performante, un rol important îl au intensitatea și distribuția comenzii pe cele trei componente, ambele cerințe putând fiind realizate prin alegerea adecvată a parametrilor de acordare K_R , T_i și T_d . Valorile optime ale acestora sunt dependente de caracteristicile dinamice ale procesului reglat.

Regulatorul poate funcționa în starea DIRECT ($K_R < 0$) sau în starea INVERS ($K_R > 0$). Din ecuația componentei proporționale,

$$c_P = K_R(r - m) + c_0, \quad (3)$$

rezultă că în cazul stării DIRECT, creșterea semnalului de măsurare m determină creșterea semnalului de comandă c_P . Pentru ca reglarea să se desfășoare corect, sensul DIRECT-INVERS al regulatorului trebuie să fie opus sensului DIRECT-INVERS al procesului, mai exact al părții fixate (formate din ansamblul element de execuție-proces-traductor); cu alte cuvinte, sensul de-a lungul întregii bucle de reglare trebuie să fie INVERS.

Componenta proporțională este, în majoritatea cazurilor practice de reglare, componenta principală a comenzii. Ea generează un efect care se opune în egală măsură creșterii și scăderii erorii, cu atât mai puternic, cu cât factorul de proporționalitate K_R este mai mare. În general, componenta proporțională contribuie la

reducerea erorii, fără a reuși însă s-o elimine în totalitate la sfârșitului regimului tranzitoriu (deoarece, la eroare nulă, componenta proporțională revine întotdeauna la valoarea inițială c_0), exceptând cazul în care procesul este de tip integral. Gradul de reducere a erorii la procesele de tip proporțional este însă cu atât mai mare cu cât factorul de proporționalitate K_R este mai mare. La sistemele de reglare a parametrilor industriali clasici (debit, presiune, nivel, temperatură etc.), unde procesele sunt caracterizate prin transfer important de masă și energie, mărirea factorul de proporționalitate K_R la valori ușor supraunitare determină apariția oscilațiilor în sistem. Prin urmare, K_R nu poate fi ales suficient de mare pentru ca eroarea staționară să devină neglijabilă. În schimb, la adaptoarele generatoare de semnal unificat 4...20 mA (care au o structură tip SRA), factorul de proporționalitate al “regulatorului” (care este un aplicator de tensiune) are valoarea de ordinul miilor, fără a genera oscilații (deoarece “procesul”, reprezentat de circuitul de ieșire al adaptorului, este pur rezistiv, deci cu răspuns instantaneu). Deși regulatorul este de tip P, semnalul generat de adaptor nu este influențat de valoarea rezistenței de sarcină, dependent de numărul receptoarelor înseriate.

Componenta integrală are caracter „persistent”, în sensul că nu-și încetează acțiunea decât atunci când eroarea devine zero. În consecință, rolul principal al componentei integrale este acela de anulare a erorii, deci de aducere a semnalului de măsurare la valoarea semnalului de referință, fiind din acest punct de vedere complementară componentei proporționale. Spre deosebire de componenta proporțională, componenta integrală acționează întotdeauna în sensul reducerii valorii absolute a erorii. Acțiunea componentei integrale este “liniștită”, fără variații bruște, dar este cu atât mai intensă, cu cât constanta de timp integrală T_i este mai mică și eroarea mai mare.

Componenta derivativă are caracter „anticipativ”, care rezultă din faptul că semnul și valoarea vitezei de variație a erorii $\frac{d\varepsilon}{dt}$ la un anumit moment de timp *anticipă* evoluția ulterioară a erorii (care va rămâne constantă, va crește sau va scădea, după cum viteza este respectiv nulă, pozitivă sau negativă). Ca și componenta proporțională, componenta derivativă se opune atât creșterii cât și scăderii erorii, cu atât mai mult, cu cât constanta de timp derivativă T_d este mai

mare. In general, prin introducerea unei componente derivate având ponderea adecvată se poate îmbunătăți calitatea operației de reglare. In anumite situații însă, introducerea componentei derivate poate înrăutăți calitatea reglării (de exemplu, în cazul în care zgomotul din semnalul de măsurare este relativ mare).

Datorită componentei derivate, regulatorul PID descris prin ecuația (1) este un sistem impropriu (cu ordinul de derivare al intrării mai mare ca cel al ieșirii), deci irealizabil fizic, deoarece răspunsul componentei derivate la intrare treaptă unitară este de tip impuls Dirac:

$$c_D(t) = K_R T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = K_R T_d \delta_0(t).$$

In realitate, componentei derivate i se asociază o constantă de timp de întârziere (filtrare) T_1 . In acest fel, algoritmul PID are forma semiproprie

$$\begin{cases} T_1 \frac{dc_D}{dt} + c_D = T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \\ c = K_R \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt + c_D \right) + c_0 \end{cases}, \quad (4)$$

cu funcția de transfer

$$G_{PID}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_1 s + 1} \right). \quad (5)$$

La o variație treaptă unitară a erorii, adică $\varepsilon = 1(t)$, componenta derivativă se modifică în conformitate cu expresia

$$c_D(t) = k_d e^{-t/T_1}, \quad t \geq 0, \quad (6)$$

unde $k_d = T_d / T_1$ reprezintă valoarea inițială a componentei derivate. La momentul $t=0$, componenta derivativă crește brusc de la valoarea zero la o valoare de k_d ori mai mare decât cea a componentei proporționale, adică

$$c_D(0_+) = k_d = \frac{T_d}{T_1}, \quad (7)$$

după care descrește exponențial și se anulează. In aplicațiile practice, factorul k_d trebuie limitat la o valoare mai mică decât 20. Timpul de stabilizare a componentei derivate este

$$T_{s95} = 3T_1, \quad T_{s98} = 3.91T_1, \quad (8)$$

când exponențiala e^{-t/T_1} scade de la valoarea inițială 1 la valoarea $e^{-3} \approx 0.05$, respectiv $e^{-3.91} \approx 0.02$.

În cazul fixării constantei de timp de întârziere T_1 la o valoare constantă (de exemplu, 1 sec), prin mărirea constantei de timp derivate T_d crește valoarea inițială $c_D(0_+) = T_d/T_1$ a componentei derivate la intrare treaptă unitară, dar nu și timpul de stabilizare (anulare) al acesteia $T_{s95} = 3T_1$ (fig. 3.2).

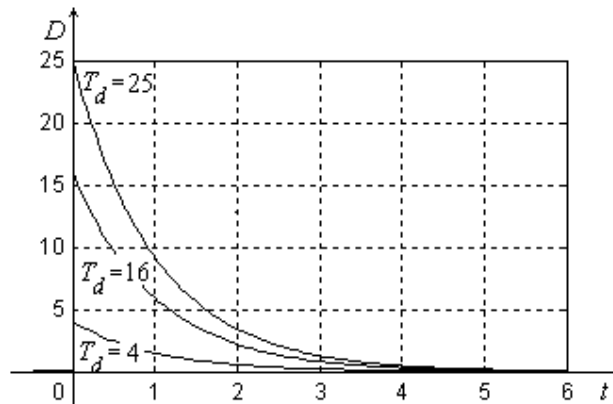


Fig. 3.2. Răspunsul la eroare treaptă unitară a componentei derivate în cazul $T_1 = 1$ sec.

În cazul fixării raportului T_d/T_1 la o valoare constantă k_d (adică a setării automate a constantei de timp de întârziere T_1 la valoarea T_d/k_d), prin mărirea constantei de timp derivate T_d se menține constantă valoarea inițială $c_D(0_+) = k_d$ a componentei derivate la intrare treaptă, dar crește timpul de stabilizare a componentei derivate la intrare treaptă $T_{s95} = 3T_d/k_d$ (fig. 3.3).

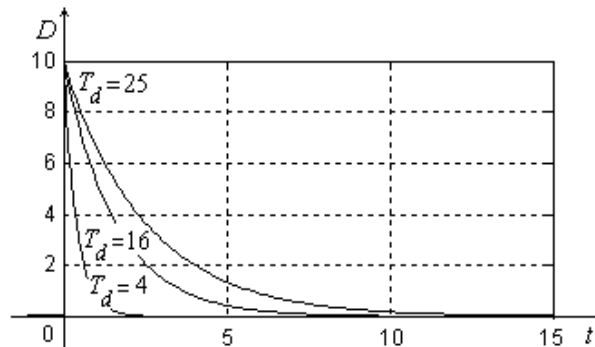


Fig. 3.3. Răspunsul la eroare treaptă unitară a componentei derivate în cazul $k_d = 10$, deci $T_1 = T_d/10$.

În afara celor două variante extreme există variante intermediare, la care mărirea constantei de timp derivate T_d implică creșterea atât a valorii inițiale cât și a timpului de stabilizare a componentei derivate. Una dintre variante este aceea în care constantele de timp T_d și T_1 sunt exprimate în secunde și corelate prin relația $T_1 = \sqrt{T_d/3}$. În acest caz, componenta derivativă la intrare treaptă unitară are valoarea inițială

$$c_D(0_+) = k_d = \sqrt{3T_d}$$

și timpul de stabilizare

$$T_{s95} = 3T_1 = \sqrt{3T_d}.$$

Prin urmare, atât valoarea inițială cât și durata componentei derivate cresc la mărirea constantei de timp derivate T_d .

Răspunsul indicial al regulatorului PID cu funcția de transfer (5) are expresia

$$c(t) = K_R \left(1 + \frac{t}{T_i} + \frac{T_d}{T_1} e^{-t/\tau_d} \right), \quad (9)$$

și este reprezentat grafic în figura 3.4.

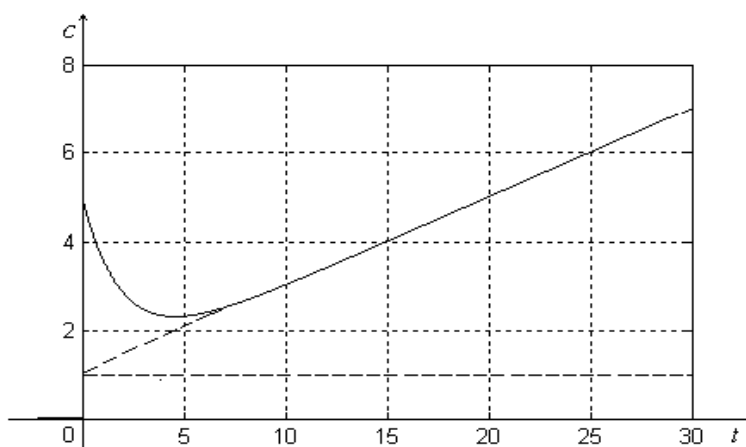


Fig. 3.4. Răspunsul indicial al regulatorului PID pentru $K_R = 1$, $T_i = 5$, $T_d = 8$ și $T_1 = 2$.

La majoritatea reguletoarelor industriale, algoritmul de reglare are *două grade de libertate*, modul de procesare a semnalului de referință r fiind diferit de modul de procesare a semnalului de măsurare m :

$$\begin{cases} T_1 \frac{dc_D}{dt} + c_D = -T_d \frac{dm}{dt} \\ c = K_R \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt + c_D \right) + c_0 \end{cases} \quad (10)$$

La aceste reglatoare, acțiunea componentei derivate are loc numai în raport cu semnalul de măsurare m , nu și cu semnalul de referință r . În acest fel se evită variațiile puternice ale semnalului de comandă la modificarea bruscă (treaptă) a semnalului de referință de către operatorul uman. În același scop, la reglatoarele cu un singur grad de libertate, se poate utiliza un filtru de întârziere a semnalului de referință, cu funcția de transfer

$$G_F(s) = \frac{1}{T_F s + 1} \quad (11)$$

Constanta de timp de filtrare T_F poate fi calculată cu formula

$$T_F = \frac{T_{s95}}{10}, \quad (12)$$

unde T_{s95} este timpul de stabilizare a răspunsului la referință treaptă a sistemului de reglare cu $T_F = 0$.

3.2. ALGORITMUL DE REGLARE PID NUMERIC

La reglatoarele numerice, algoritmul de reglare **PI** are forma

$$\begin{cases} I_k = I_{k-1} + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k \\ c_k = K_R (\varepsilon_k + I_k) + c_0 \end{cases}, \quad (13)$$

echivalentă cu

$$c_k = c_{k-1} + K_R \left[(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k \right], \quad (14)$$

unde $\varepsilon_k = r_k - m_k$, T reprezintă perioada de eșantionare, iar c_0 este valoarea comenzii în primul moment după comutarea regulatorului din regim MANUAL (cu eroarea nulă și comanda c_0) în regim AUTOMAT (cu comanda c generată pe baza algoritmului de reglare). Ecuațiile (13) și (14) pot fi obținute ținând seama

că regulatorul numeric de tip PI reprezintă discretizatul regulatorului continuu de tip PI. Regulatorul continuu are funcția de transfer

$$G_{PI}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right),$$

iar discretizatul acestuia are funcția de transfer

$$G_{PI}^0(s) = K_R \left(1 + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} \right).$$

Discretizatul regulatorului continuu **PID** cu funcția de transfer (2) are funcția de transfer

$$G_{PID}^0(s) = K_R \left(1 + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} + k_d \cdot \frac{1-z^{-1}}{1-p_d z^{-1}} \right), \quad (15)$$

unde $k_d = T_d/T_1$ și $p_d = e^{-T/T_1}$. Prin urmare, algoritmul de reglare numeric PID poate fi scris sub forma

$$\begin{cases} D_k = p_d D_{k-1} + K_R k_d (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}), \\ (PI)_k = (PI)_{k-1} + K_R [(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k] . \\ c_k = (PI)_k + D_k + c_0 \end{cases} \quad (16)$$

unde $k_d = T_d/T_1$ și $p_d = e^{-T/T_1}$.

Pe durata primului interval de eșantionare care urmează unei modificări treaptă a referinței sau a erorii, componenta derivativă este de k_d ori mai mare decât componenta proporțională.

În cazul algoritmilor de reglare (14) și (16), modificarea în timpul regimului AUTOMAT a unui parametru de acordare se realizează „fără șoc”, adică fără a produce o variație bruscă semnificativă a semnalului de comandă. În schimb, la algoritmul de reglare (13), modificarea factorului de proporționalitate K_R poate produce, în lipsa altor măsuri speciale, o variație bruscă mare a comenzii.

Pentru ca operația de schimbare a regimului MANUAL în regim AUTOMAT să se realizeze „fără șoc”, indiferent de valoarea curentă a erorii, operația de comutare MANUAL-AUTOMAT trebuie precedată de o operație de inițializare convenabilă a variabilelor algoritmului de reglare. În cazul algoritmului (16), operația de inițializare constă în inițializarea variabilei ε_{k-1} la valoarea curentă a erorii, a variabilelor D_{k-1} și $(PI)_{k-1}$ la valoarea zero, iar a variabilei c_0 la valoarea curentă a comenzii. În aceste condiții, prima valoare a comenzii generate pe AUTOMAT (la pasul $k=1$), va avea valoarea

$$c_1 = K_R \frac{T}{T_i} \cdot \varepsilon_1 + c_0 \cong c_0.$$

Dacă eroarea curentă ε_1 este nenulă, componenta integrală va acționa în sensul reducerii și eliminării erorii, în timp ce componentele proporțională și derivativă se vor opune reducerii erorii.

Dacă însă variabila ε_{k-1} este inițializată la valoarea zero, atunci

$$c_1 = K_R \left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T_i}\right) \varepsilon_1 + c_0.$$

În acest ultim caz, toate cele trei componente ale comenzii acționează din primul moment pentru reducerea erorii, ca în cazul în care eroarea s-ar fi modificat brusc, în regim AUTOMAT, de la valoarea zero la valoarea curentă ε_1 .

Algoritmul de reglare cu două grade de libertate (la care componenta derivativă operează numai asupra semnalului de măsurare) are forma

$$\begin{cases} D_k = p_d D_{k-1} - K_R k_d (m_k - m_{k-1}) \\ (PI)_k = (PI)_{k-1} + K_R \left[(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k \right] \\ c_k = (PI)_k + D_k + c_0 \end{cases} \quad (17)$$

3.3. ACORDAREA REGULATORULUI PID

În general, un regulator este considerat ca fiind bine proiectat atunci când timpul de răspuns al sistemului de reglare la modificarea treaptă a referinței este comparabil cu timpul de răspuns al procesului la intrare treaptă. Proiectarea regulatorului este considerată foarte bună atunci când timpul de răspuns al

sistemului de reglare la modificarea treaptă a referinței este comparabil cu jumătatea timpului de răspuns al procesului la intrare treaptă. În acest paragraf vom considera procesul ca fiind echivalent cu partea fixată, formată din ansamblul element de execuție-proces-traductor (fig. 5.3).

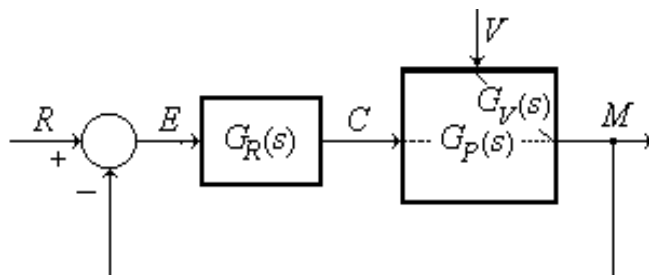


Fig. 3.6. Sistem de reglare automată – schemă simplificată.

Eroarea staționară produsă prin aplicarea unui semnal treaptă la intrare (referință sau perturbație) este nulă atunci când sistemul deschis, cu funcția de transfer

$$G_d(s) = G_R(s)G_P(s), \quad (18)$$

este de tip integral. Prin urmare, dacă procesul și elementul de execuție sunt de tip proporțional, este necesar ca regulatorul să fie de tip integral, adică să conțină și o componentă integrală (cazul regulatorului de tip PI sau PID). Pentru ca eroarea staționară să fie nulă la intrare rampă trebuie ca funcția de transfer a sistemului deschis să aibă caracter dublu integral. Această condiție se impune în cazul proceselor de tip integral (cazul reglării nivelului), la care efectul perturbațiilor asupra mărimii reglate este, de obicei, de tip rampă. Prin utilizarea unui regulator de tip PI, sistemul deschis devine dublu integral.

În *regim dinamic*, gradul de precizie al reglării poate fi exprimat, de exemplu, prin valoarea integralei pătratice

$$I_2 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt, \quad (19)$$

$\varepsilon(t)$ fiind răspunsul eroare al sistemului la referință sau perturbație de tip treaptă unitară, în ipoteza erorii staționare nule. În cazul unui sistem de reglare automată cu regulator PID, indicele integral de calitate este dependent de parametrii de acordare K_R , T_i și T_d ai regulatorului. Atunci când se cunosc funcțiile de transfer ale elementelor sistemului de reglare, *problema optimizării sistemului* constă în

minimizarea indicelui de performanță $I_2(K_R, T_i, T_d)$ în raport cu parametrii de acordare ai regulatorului.

Acordarea experimentală a regulatorului PID la procesele de tip proporțional se poate face pe baza răspunsului $y(t)$ al părții fixate, aflate inițial în regim staționar, la un semnal de intrare $c(t)$ de tip treaptă (prin modificarea manuală a semnalului de comandă al regulatorului aflat în starea MANUAL). La procesele de tip proporțional și cu răspuns indicial monoton (fără supradepășire), din graficul răspunsului părții fixate (fig. 3.5), putem determina ușor trei parametri: factorul de proporționalitate al părții fixate K_p , durata regimului tranzitoriu T_{tr} (în care răspunsul atinge 95... 98 % din valoarea finală) și timpul mort τ .

Factorul de proporționalitate al părții fixate este definit ca raportul între variația finală (totală) a ieșirii procesului $(\Delta m)_{tot}$ și variația totală a $(\Delta c)_{tot}$, ambele exprimate în procente, adică

$$K_p = \frac{(\Delta m)_{tot} [\%]}{(\Delta c)_{tot} [\%]} \quad (20)$$

În majoritatea aplicațiilor industriale, factorul de proporționalitate K_p are valoarea cuprinsă între 1 și 2 (prin alegerea dimensională adecvată a elementului de execuție, care să permită modificarea ieșirii procesului în plaja 0...100 %).

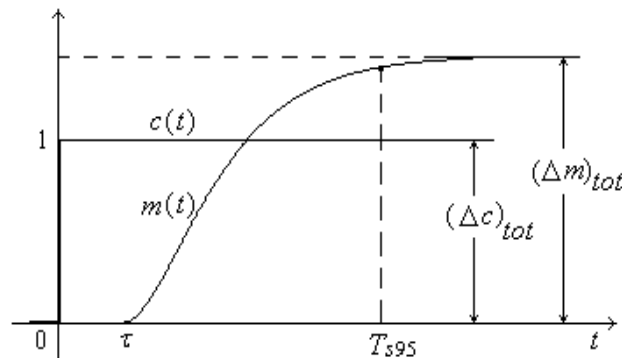


Fig. 3.7. Răspunsul $m(t)$ al părții fixate la modificarea treaptă a intrării c .

În cazul proceselor stabile de tip proporțional cu răspuns indicial fără supradepășire, pentru determinarea inițială a parametrilor regulatorului se recomandă utilizarea relațiilor:

$$K_R = \frac{1}{K_p \left(1 + \frac{5\tau}{T_{s95}}\right)}, \quad T_i = \frac{T_{s95}}{3 \dots 4}, \quad T_d = 0. \quad (21)$$

Valorile parametrilor de acordare ai regulatorului, inclusiv constanta de timp derivativă T_d , pot fi ajustate în timpul desfășurării operației de reglare automată, în scopul îmbunătățirii performanțelor de reglare.

Să considerăm un sistem de reglare a temperaturii având domeniul semnalului de comandă $0 \dots 100$ %, iar domeniul de măsurare a mărimii reglate $0 \dots 250$ °C. În condițiile în care sistemul era în echilibru (în regim staționar) și cu regulatorul în regim MANUAL, prin modificarea treaptă a semnalului de comandă cu $\Delta c = 5$ %, temperatura s-a modificat ca în figura 3.7. Din graficul răspunsului procesului rezultă

$$\tau = 6, \quad T_{s95} \approx 36,$$

$$(\Delta T)_{tot}[\%] = \frac{(\Delta T)_{tot}[^{\circ}C]}{DOM} \cdot 100 = \frac{15}{250} \cdot 100 = 6\%, \quad K_P = \frac{6}{5}$$

deci

$$K_R = \frac{1}{K_P(1 + \frac{5\tau}{T_{s95}})} = \frac{5}{11} \approx 0.45, \quad T_i = 12 \dots 9, \quad T_d = 0.$$

Pentru aceste valori ale parametrilor de acordare ai regulatorului, în figura 3.7 este reprezentat răspunsul sistemului de reglare (curba C). Cel mai bun răspuns este obținut pentru $T_i = 9$ (curba B).

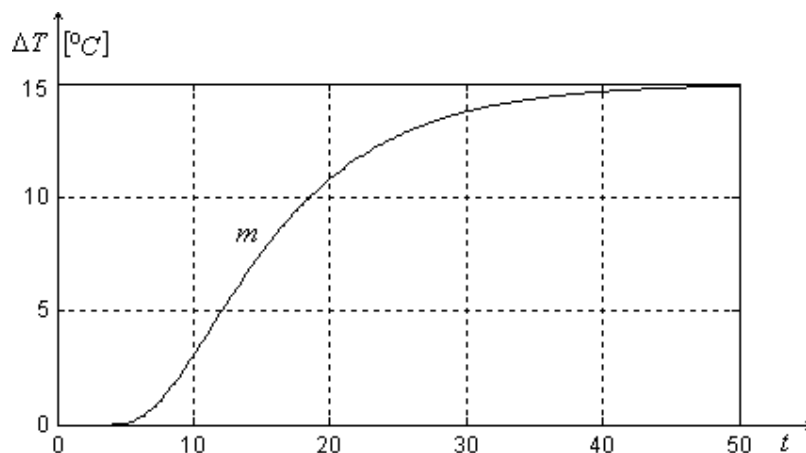


Fig. 3.7. Răspunsul $m(t)$ al procesului de tip P la modificarea treaptă a intrării c .

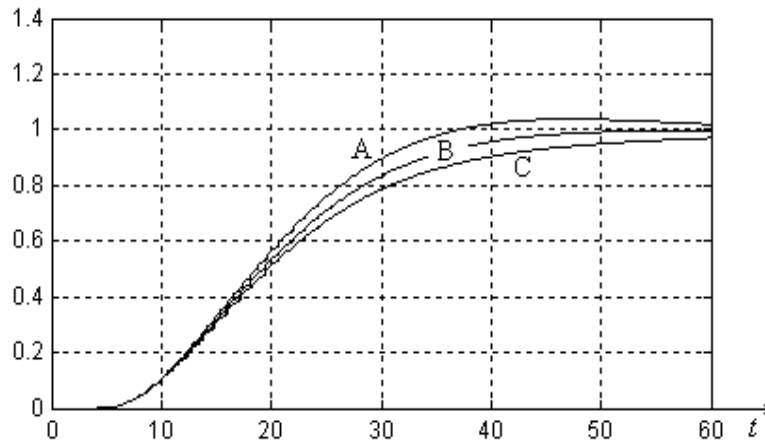


Fig. 3.7. Răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință treaptă unitară:
A-pentru $T_i=8$; B-pentru $T_i=9$; C-pentru $T_i=10$.

În cazul proceselor de tip proporțional cu răspuns indicial cu supradepășire (fig. 3.8), pentru valorile parametrilor regulatorului se recomandă utilizarea următoarelor relații:

$$K_R = \frac{1}{K_p(1 + \frac{5\tau}{t_1} + 5\sigma)}, \quad T_i = \frac{t_1}{3}, \quad T_d = 0, \quad (22)$$

unde t_1 este momentul la care răspunsul $y(t)$ al părții fixate atinge valoarea maximă, iar σ - supradepășirea (suprareglajul):

$$\sigma = \frac{y_{max} - y_{st}}{y_{st}}. \quad (23)$$

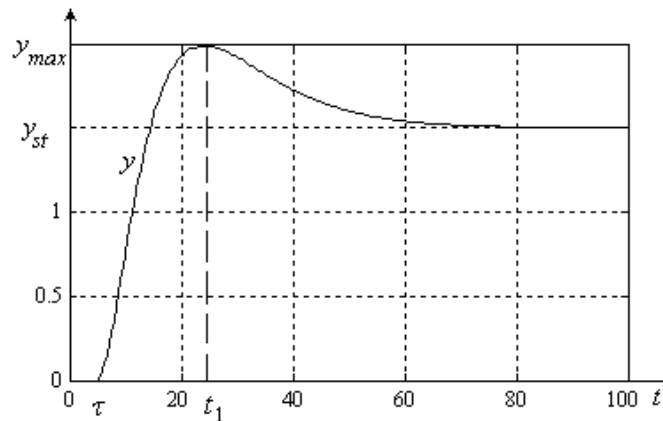


Fig. 3.8. Răspunsul $y(t)$ al părții fixate la modificarea treaptă a intrării c .

În cazul *proceselor de tip integral*, acordarea experimentală a regulatorului PI se poate face după următoarea metodologie. Cu regulatorul de tip P (cu $T_i = \infty$ și $T_d = 0$), se alege factorul de proporționalitate K_R la o valoare la care răspunsul sistemului la referință treaptă este monoton și mărginit. Se mărește apoi treptat K_R până la valoarea K_{R0} la care, pentru o variație treaptă a referinței, răspunsul sistemului prezintă un suprareglaj mic, de circa 1...2%. Dacă se notează cu T_{s0} timpul de stabilizare, parametrii de acordare ai regulatorului PID vor fi calculați inițial cu relațiile

$$K_R = (0,8 \dots 0,9)K_{R0}, \quad T_i = (5 \dots 10)T_{s0}, \quad T_d = 0. \quad (16)$$

Pentru exemplificare, curba B din figura 3.9 reprezintă răspunsul la referință treaptă unitară al unui sistem de reglare a unui proces de tip integral, atunci când regulatorul este de tip P și are factorul de proporționalitate $K_{R0} = 1.4$. Deoarece timpul tranzitoriu al sistemului este $T_{s0} \approx 42$, alegând regulatorul de tip PI cu

$$K_R = 0,9K_{R0} = 1.26, \quad T_i = 10T_{s0} \approx 420,$$

s-a obținut curba de răspuns C la referință treaptă unitară.

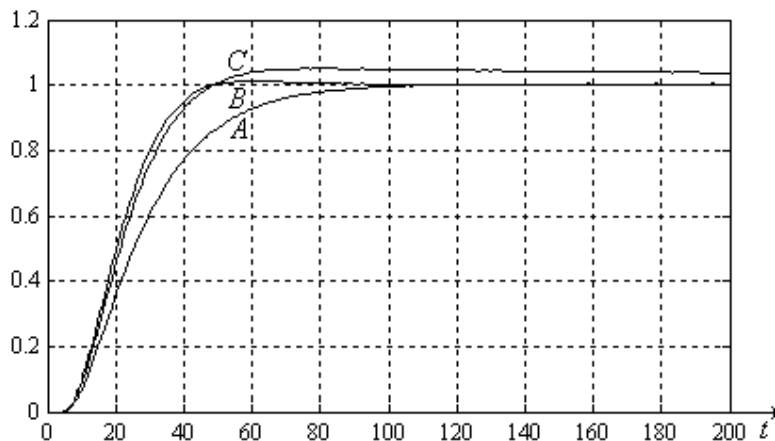


Fig. 3.9. Răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință treaptă unitară:

A - $K_R = 1, T_i = \infty$; B - $K_R = K_{R0} = 1.4, T_i = \infty$;

C - $K_R = 0,9K_{R0} = 1.26, T_i = 10T_{tr} = 460$.

Se observă că pentru referință treaptă, curba de răspuns B (cu regulator de tip P) este mai bună decât curba de răspuns C (cu regulator de tip PI), la care atât suprareglajul cât și timpul de stabilizare sunt mai mari. Cu toate acestea, se

recomandă utilizarea unui regulator de tip PI pentru ca eroarea staționară să fie nulă și în cazul frecvent întâlnit în practică al perturbațiilor cu efect de tip rampă asupra mărimii reglate (cazul reglării nivelului).

3.4. Sisteme de reglare cu regulator de tip P

Un caz particular special de sistem de reglare este acela în care partea fixată este de ordinul unu sau doi, deci se caracterizează printr-o inerția nulă sau foarte mică. Reglarea acestor procese se face, de regulă, cu regulatoare simple de tip P, având însă factorul de proporționalitate K_R mare (de ordinul zecilor, sutelor sau chiar miilor). Valoarea ridicată a lui K_R asigură performanțe de reglare foarte bune, în lipsa componentelor integrală și derivativă.

Această metodă nu poate fi însă aplicată la reglarea parametrilor industriali clasici (debit, nivel, presiune, temperatură, densitate, viscozitate etc.) , unde partea fixată are cel puțin ordinul patru. Inerția și timpul de răspuns al acestor procese au valori relativ mari, ca urmare a transferului important de masă și/sau energie termică existent în cadrul instalațiilor tehnologice respective. La reglarea acestor procese, mărirea factorului de proporționalitate al regulatorului peste valoarea 1 generează, de regulă, un regim instabil, caracterizat prin apariția oscilațiilor neamortizate (crescătoare).

Pentru a scoate în evidență aria de aplicabilitate a metodei de reglare cu regulator de tip P, facem următoarea precizare: în cadrul unui sistem automat de reglare continuu (analogic), cu excepția traductorului primar (senzor, detector, element sensibil), toate celelalte elemente din componența dispozitivului de reglare (adaptorul generator de semnal de măsurare unificat, aparatul indicator sau înregistrator pentru vizualizarea valorii mărimii reglate, regulatorul, convertorul electro-pneumatic și elementul de execuție) au, de regulă, structura unui sistem de reglare după abatere (cu legătură de reacție negativă). Funcția acestor elemente (cu excepția regulatorului), este aceea de a transforma semnalul de intrare, de o anumită natură fizică, într-un semnal de ieșire proporțional și de altă natură fizică, care să fie insensibil la acțiunea factorilor perturbatori. În mod evident, această funcție coincide cu cea a unui sistem de reglare după abatere. În consecință, elementele menționate sunt proiectate ca subsisteme cu structură închisă (de tip SRA), semnalul de intrare fiind “mărime de referință”, iar semnalul de ieșire “mărime reglată”.

Sistemele de reglare cu regulator de tip P cu K_R mare au eroarea staționară la referință treaptă practic nulă și timp mic de răspuns. Din acest motiv, utilizarea componentelor I și D devine superflue.

De exemplu, în cazul adaptorului generator de semnal unificat 4...20mA, variația rezistenței de sarcină la modificarea numărului de elemente receptoare înseriate este o perturbație extrem de puternică, al cărei efect este practic în totalitate eliminat prin utilizarea pe post de “regulator” a unui amplificator de tensiune cu factorul de amplificare de ordinul miilor. Reamintim că în cazul sistemelor de reglare la care partea fixată (de tip proporțional) are factorul de proporționalitate $K_P \approx 1$, eroarea staționară la referință treaptă unitară este dată de relația

$$\varepsilon_{st} = \frac{1}{1 + K_R K_P} \approx \frac{1}{1 + K_R}. \quad (17)$$

Prin urmare, pentru $K_R = 99$, eroarea staționară la referință treaptă unitară este 0,01. Deoarece, în practică, referința nu trebuie modificată treaptă cu mai mult de 10%, rezultă o eroare staționară mai mică decât 0,1%, adică practic nulă. Ea va fi și mai mică pentru valori ale lui K_R de ordinul sutelor sau miilor. Aparatele analogice indicatoare/înregistratoare au ca “regulator” un amplificator electronic cu factorul de amplificare de ordinul sutelor, iar convertorul electro-pneumatic – un amplificator pneumatic cu factorul de amplificare de ordinul zecilor. La regulatoarele analogice cu circuite integrate, fiecare componentă a algoritmului PID este un subsistem închis cu reacție negativă având ca “regulator” un amplificator operațional cu factorul de amplificare $K_R > 10^5$.

La sistemele de reglare cu regulator de tip P, factorul de proporționalitate K_R al regulatorului se alege, de regulă, cât mai mare, fără să apară însă oscilații în sistem.

În figurile 3.9 și 3.10 sunt reprezentate formele de variație ale mărimii reglate și semnalului de comandă pentru $K_R = 10$ și $K_R = 100$ în cazul sistemului de reglare având partea fixată de ordinul doi, cu funcția de transfer

$$G_P(s) = \frac{1}{(2s+1)(0.01s+1)}.$$

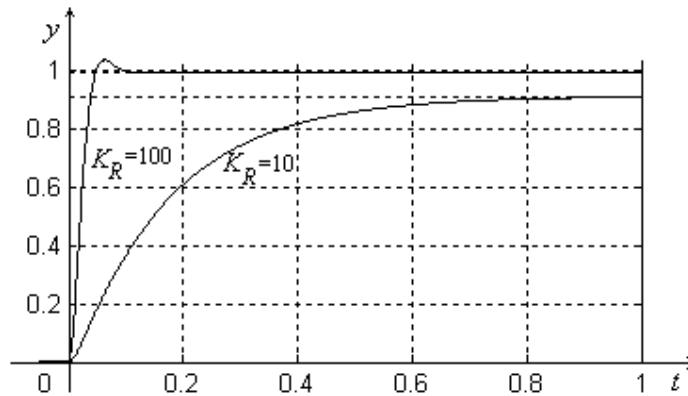


Fig. 3.9. Variația mărimii reglate la referință treaptă unitară.

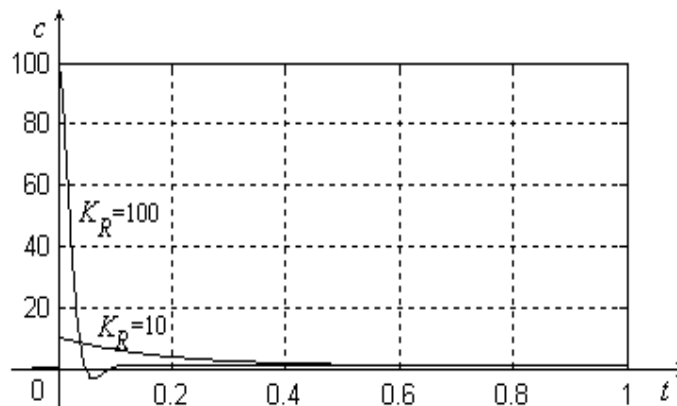


Fig. 3.10. Variația semnalului de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară.

3.5. SISTEME DE REGLARE BIPOZIȚIONALĂ

Intr-un sistem de reglare bipozițională, semnalul de comandă generat de regulator în urma procesării abaterii are două valori, notate convențional cu 0 și 1. Caracteristica statică a regulatorului bipozițional este de tip releu cu histerezis, valoarea histerezisului fiind $2a$ în cazul caracteristicii din figura 3.11. Semnalul de comandă c comută din 0 în 1 la creșterea erorii ε , când aceasta atinge valoarea a , și din 1 în 0 la scăderea erorii ε , când aceasta atinge valoarea $-a$.

La reglarea bipozițională, mărimea reglată oscilează (nesinusoidal) în jurul valorii mărimii de referință, amplitudinea oscilațiilor fiind egală sau mai mare decât valoarea semihisterezisului a . Când partea fixată a sistemului de reglare este de ordinul unu (fără inerție), amplitudinea oscilațiilor este egală cu a . Când partea fixată este de ordinul doi sau mai mare, amplitudinea oscilațiilor depășește valoarea semihisterezisului a , cu atât mai mult cu cât inerția procesului este mai

mare. Reamintim că ordinul proceselor cu timp mort este infinit, deci inerția acestora este foarte mare.

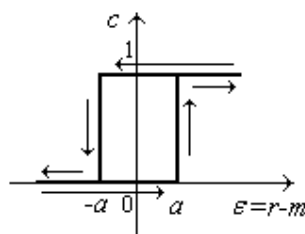


Fig. 3.10. Caracteristica statică a regulatorului bipozițional.

În figurile 3.11, 3.12 și 3.13 sunt reprezentate răspunsurile la referință treaptă unitară ale sistemului de reglare automată bipozițională a unui proces de ordinul trei și cu timp mort, în condițiile utilizării unui regulator cu valoarea a a semihisterezisului respectiv pozitivă ($a=0,1$), nulă și negativă ($a=-0,04$).

Pentru $a>0$, comutarea valorii comenzii c are loc în momentul în care semnalul de măsurare m a depășit semnalul de referință r cu valoarea a .

Pentru $a=0$, comutarea valorii comenzii c are loc în momentul în care semnalul de măsurare a atins valoarea semnalului de referință.

Pentru $a<0$, comutarea valorii comenzii c are loc în avans, adică înainte ca semnalul de măsurare să atingă valoarea semnalului de referință.

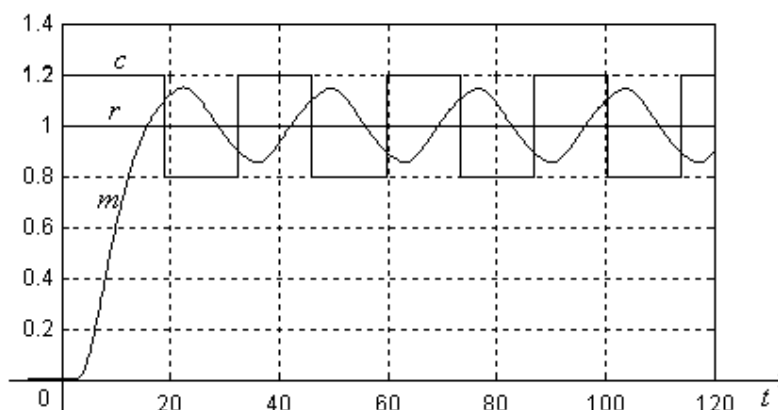


Fig. 3.11. Răspunsuri la referință treaptă unitară pentru $a=0,1$.

Prin scăderea valorii semihisterezisului a se reduce amplitudinea oscilațiilor mărimii reglate în jurul valorii de referință, dar crește frecvența de comutare a comenzii. Există situații în care se impune alegerea unei valori pozitive relativ mari a lui a pentru a avea o frecvență de comutare a comenzii cât mai redusă (cazul reglării bipoziționale a temperaturii în interiorul unui frigider). De remarcat

faptul că varianta cu semihisterezis nul sau negativ nu este aplicabilă la procesele cu inerție nulă sau neglijabilă. Reglarea acestor procese se face, de regulă, cu regulatorul continuu de tip P, având factorul de proporționalitate mare (de ordinul zecilor, sutelor sau chiar miilor).

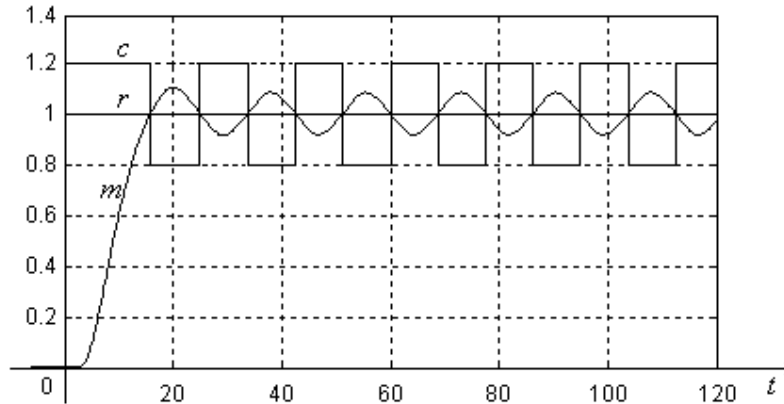


Fig. 3.12. Răspunsuri la referință treaptă unitară pentru $a=0$.

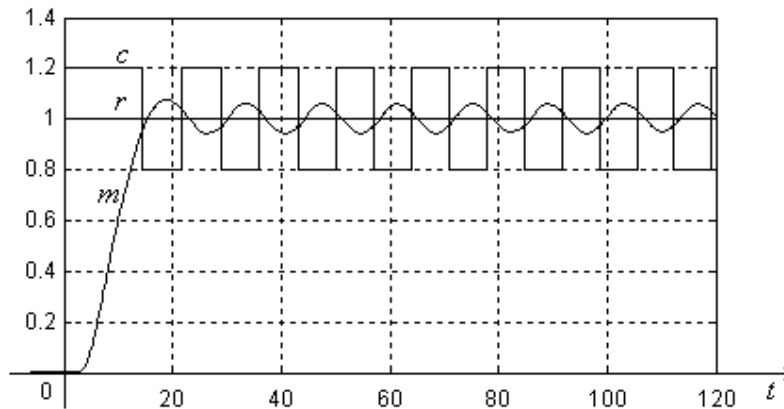


Fig. 3.13. Răspunsuri la referință treaptă unitară pentru $a=-0,04$.

În locul variantei cu histerezis negativ se poate utiliza o variantă cu efect similar, la care regulatorul bipozițional (fig. 3.14) are caracteristica static de tip releu fără histerezis, dar conține pe intrarea de măsurare un element de avans de ordinul unu cu funcția de transfer

$$G_{av}(s) = \frac{T_d s + 1}{T_0 s + 1}, \quad T_0 \ll T_d. \quad (18)$$

Constanta de timp de întârziere T_0 se alege suficient de mică ($T_0 \ll T_d$) pentru a nu întârzia transmiterea informației de măsurare la regulator.

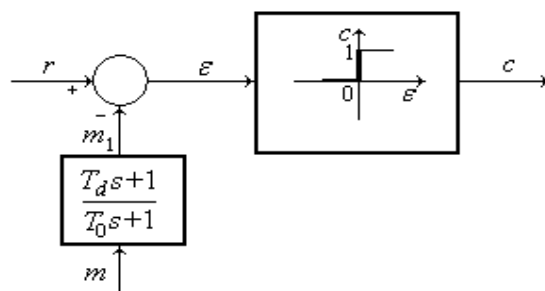


Fig. 3.14. Regulator bipozițional cu element de avans.

Pentru $a=0$, comutarea comenzii regulatorului are loc în momentul în care semnalul de avans m_1 atinge valoarea mărimii de referință (fig. 3.15). Deoarece semnalul m_1 este defazat înaintea semnalului de măsurare m , comutarea comenzii este cu avans, adică are loc înainte ca semnalul de măsurare să atingă valoarea mărimii de referință.

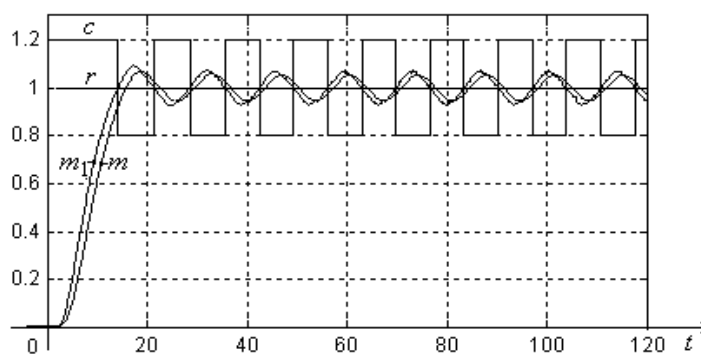


Fig. 3.15. Răspunsuri la referință treaptă unitară în cazul utilizării elementului de avans cu funcția de transfer $G_{av}(s) = \frac{1,6s+1}{0,2s+1}$.

3.5. APLICAȚII DE AUTOCONTROL

◆ **AC3.1.** Un regulator continuu de tip PI (proporțional-integral) are ecuația

$$c = 2\left(\varepsilon + \frac{1}{10} \int_0^t \varepsilon dt\right) + 50.$$

Să se afle răspunsul $c(t)$ al regulatorului știind că:

- $\varepsilon(t) = 1, t \geq 0$;
- $\varepsilon(t) = \begin{cases} 0,5t, & 0 \leq t \leq 10 \\ 5, & t > 10 \end{cases}$.

◆ **AC3.3.** Se consideră regulatorul de tip PI cu ecuația

$$c = \frac{1}{2} \left(\varepsilon + \frac{1}{5} \int_0^t \varepsilon dt \right) + 20.$$

Știind că semnalul de eroare ε variază în timp conform diagramei de mai jos, să se determine expresia $c(t)$ a semnalului de comandă și să se reprezinte grafic.



◆ **AC3.3.** Un regulator continuu impropriu de tip PD (proporțional-derivativ) are ecuația

$$c = \frac{1}{2} \left(\varepsilon + 8 \frac{d\varepsilon}{dt} \right) + 50.$$

Să se afle răspunsul $c(t)$ al regulatorului știind că

$$\varepsilon = \begin{cases} 0,25t & , 0 \leq t \leq 10 \\ 2,5 & , 10 \leq t \leq 15 \\ 0 & , t \geq 15 \end{cases}$$

◆ **AC3.4.** Un regulator numeric de tip PI are modelul

$$\begin{cases} I_k = I_{k-1} + 0,1\varepsilon_k \\ c_k = 2(\varepsilon_k + I_k) + 50 \end{cases}$$

unde eroarea ε și comanda c sunt exprimate în procente, iar $I_0 = 0$. Să se afle răspunsul c_k al regulatorului știind că:

- $\varepsilon_k = 1, k \geq 1$;
- $\varepsilon_1 = 1$ și $\varepsilon_k = 0, k \geq 2$.

◆ **AC3.5.** Un regulator numeric de tip PI (proporțional-integral) are modelul

$$c_k = c_{k-1} + 2(0,1\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + 20,$$

unde eroarea ε și comanda c sunt exprimate în procente, iar $c_0 = \varepsilon_0 = 0$. Să se afle răspunsul c_k al regulatorului știind că:

- $\varepsilon_k = 1, k \geq 1$;
- $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ și $\varepsilon_k = 0, k \geq 3$.

4

ALGORITMI DE REGLARE PREDICTIVĂ

Algoritmii de reglare predictivi au fost descoperiți, cercetați și implementați pentru prima oară în reglarea unor procese industriale din rafinării și centrale de producere a energiei electrice, la sfârșitul anilor 1970, odată cu dezvoltarea tehnicii și mijloacelor moderne de calcul numeric. Metodologia reglării predictive presupune efectuarea, la fiecare moment de eșantionare, a unui număr relativ mare de calcule pentru determinarea comenzii optimale ce va fi menținută constantă până la următorul moment de eșantionare. Conceptul de reglare predictivă are la bază cunoașterea cât mai exactă a modelului dinamic al procesului reglat (mai exact a părții fixate **P**, formată din ansamblul element de execuție-proces-traductor - fig. 4.1) și a restricțiilor impuse mărimilor de comandă și mărimilor reglate.

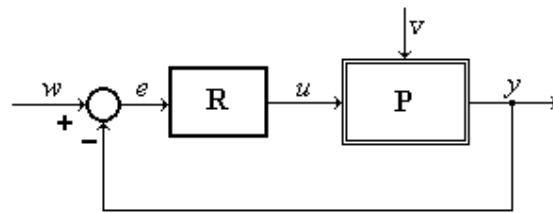


Fig. 4.1. Schema bloc a sistemului de reglare

Performanțele reglării sunt superioare atunci când se cunoaște apriori modul de evoluție în timp a mărimii de referință și a unor mărimi perturbatoare. Dacă traiectoria de referință a sistemului reglat nu este cunoscută apriori, atunci se consideră că mărimea de referință se menține constantă. Principalele dezavantaje sunt legate de dificultatea aplicării metodei la sistemele cu dinamică rapidă și de faptul că performanțele reglării sunt puternic dependente de acuratețea modelului

matematic al procesului, dificil de obținut la procesele complexe, neliniare, cu parametri variabili.

4.1. CARACTERISTICI GENERALE

Metodologia *reglării predictive bazate pe model*, cunoscută sub denumirea MPC (*Model Predictive Control*) are următoarele caracteristici principale:

(a) cunoașterea cât mai exactă a modelului dinamic al discretizatului procesului reglat (cu perioada de eșantionare T), care să permită estimarea (predicția) răspunsului procesului reglat pe un anumit orizont de timp

$$[0, NT],$$

numit *orizont de predicție a ieșirii*, cunoscând valorile anterioare ale mărimii reglate, precum și valorile anterioare și viitoare (pe orizontul de predicție) ale mărimii de comandă și mărimii perturbatoare (dacă este posibil) - fig. 4.2;

(b) elaborarea, pe orizontul de timp al ieșirii, a unui semnal de comandă tip “scară” (constant pe fiecare interval de eșantionare), caracterizat prin secvența de N comenzi viitoare

$$\{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}, \quad (1)$$

care să asigure evoluția *optimală* a procesului reglat pe orizontul de timp considerat, adică o abatere cât mai mică a mărimii reglate față de traiectoria de referință și, în același timp, un consum energetic redus, inclusiv cu respectarea unor *restricții* impuse semnalului de comandă (de intrare) și/sau mărimii reglate (de ieșire);

(c) implementarea efectivă numai a primului element u_0 al secvenței de comenzi optimale calculate, cu reluarea întregului procedeu la momentul de eșantionare următor (reglare cu *orizont alunecător*);

(d) adoptarea procedurii “*blocking*”, de *blocare a comenzii* ipotetice pe ultima porțiune a orizontului de predicție, pentru simplificarea algoritmului de reglare predictiv – fig. 4.2.

În cadrul procedurii “*blocking*”, comanda ipotetică este menținută liber pe primele M perioade de eșantionare din cele N ale orizontului de predicție și este blocată pe celelalte $N - M$ perioade de eșantionare la ultima valoare liberă. Așadar, numărul de valori distincte ale comenzii pe orizontul de predicție a ieșirii este M . Intervalul $[0, M]$ în care comanda este liberă se numește *orizontul comenzii libere*.

Secvența de N comenzi ipotetice care acoperă întregul orizont de predicție a ieșirii are forma

$$\{u_0, u_1, \dots, u_{M-1}, u_{M-1}, \dots, u_{M-1}\},$$

adică

$$\{u_0, u_0, u_0, \dots, u_0\} \text{ pentru } M=1,$$

$$\{u_0, u_1, u_1, \dots, u_1\} \text{ pentru } M=2,$$

$$\{u_0, u_1, u_2, \dots, u_2\} \text{ pentru } M=3.$$

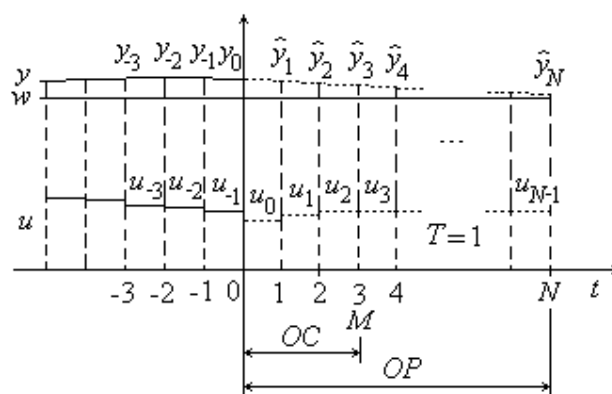


Fig. 4.2. Evoluția în timp a mărimilor de comandă, de referință și de ieșire:

$\{\dots, u_{-3}, u_{-2}, u_{-1}\}$ - secvența de comenzi anterioare;

$\{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$ - secvența de comenzi viitoare estimate optimal;

$\{\dots, y_{-3}, y_{-2}, y_{-1}, y_0\}$ - secvența de ieșiri măsurate;

$\{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N\}$ - secvența de ieșiri viitoare estimate optimal;

OP - orizontul de predicție a ieșirii;

OC - orizontul de predicție a comenzii libere.

La reglarea proceselor fizice de tip proporțional, pentru orizontul de predicție a ieșirii se recomandă o valoare aproximativ egală cu durata răspunsului indicial al procesului. Alegând o valoare sensibil mai mică a orizontului de predicție, sistemul de reglare devine oscilant amortizat sau chiar oscilant crescător (instabil). Uneori, pentru evitarea efectului variațiilor mari și bruște (de tip treaptă) ale referinței se utilizează un filtru de întârziere, de ordinul unu.

În continuare vom considera perioada de eșantionare $T=1$, când lungimea orizontului de predicție este egală cu N .

Determinarea comenzii optimale pe orizontul de predicție a ieșirii se realizează prin *minimizarea unui criteriu pătratic* de forma

$$\mathbf{J} = \sum_{j=1}^N (w_j - \hat{y}_j)^2 + \lambda[(u_0 - u_{-1})^2 + (u_1 - u_0)^2 + \dots + (u_{M-1} - u_{M-2})^2] , \quad (2)$$

în care

$\{u_0, u_1, \dots, u_{M-1}\}$ este secvența de comenzi incrementale libere, aplicate ipotetic pe orizontul comenzii libere;

$\{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N\}$ - secvența de valori ipotetice viitoare ale ieșirii procesului, estimată pe orizontul de predicție a ieșirii pe baza modelului procesului, a valorilor anterioare ale ieșirii și a valorilor anterioare și viitoare ale comenzii u și perturbației măsurate v ;

$\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$ - secvența de valori viitoare ale referinței mărimii reglate;

N - orizontul de predicție a ieșirii;

M - orizontul de predicție a comenzii libere;

λ - factorul de ponderare a comenzii incrementale.

Prin mărirea factorului de ponderare λ se limitează variația (incrementul) comenzii optimale, obținându-se un consum energetic mai redus și un comportament mai robust al sistemului reglat.

4.2. CALCULUL PREDICTIV AL IEȘIRII

Determinarea secvenței $\{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N\}$ cu valorile ipotetice viitoare ale ieșirii procesului se poate realiza pe baza modelului discretizatului procesului continuu. Să presupunem că modelul discretizatului procesului (fără luarea în considerație a perturbațiilor și a zgomotului de măsurare) are forma generală

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} = b_1 u_{k-1} + \dots + b_r u_{k-r} . \quad (3)$$

Vom considera că momentul curent este $k=0$ și vom utiliza notațiile

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-1} ,$$

$$\Delta u_i = u_i - u_{i-1} .$$

Din (3) rezultă că valoarea incrementală a ieșirii la momentul j ($1 \leq j \leq N$) în raport de valorile incrementale anterioare ale intrării și ieșirii este dată de relația

$$\Delta y_j = \sum_{i=1}^r b_i \Delta u_{j-i} - \sum_{i=1}^n a_i \Delta y_{j-i}, \quad 1 \leq j \leq N. \quad (4)$$

Prin urmare, ținând seama de (1), ieșirea estimată

$$\hat{y} = \{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N\}$$

reprezintă răspunsul discretizatului procesului pentru secvența de intrare cu $N+r$ componente

$$\hat{u} = \{u_{-r}, u_{-r+1}, \dots, u_{-1}, u_0, u_1, \dots, u_{M-1}, \dots, u_{M-1}\}$$

și valorile anterioare măsurate $y_{-n}, y_{-n+1}, \dots, y_0$ ale ieșirii.

Ieșirea estimată \hat{y} conține două componente, componenta liberă y și componenta forțată \tilde{y} , adică

$$\hat{y} = y + \tilde{y}. \quad (5)$$

Componenta liberă $y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ a ieșirii estimate este răspunsul discretizatului procesului pentru comanda cu $r+N$ componente (fig. 4.3)

$$u = \{u_{-r}, u_{-r+1}, \dots, u_{-1}, u_{-1}, \dots, u_{-1}\}$$

(care este constantă pentru $t \geq -1$, adică $\Delta u_0 = 0, \Delta u_1 = 0, \dots, \Delta u_{N-1} = 0$) și valorile anterioare măsurate $y_{-n}, y_{-n+1}, \dots, y_0$ ale ieșirii.

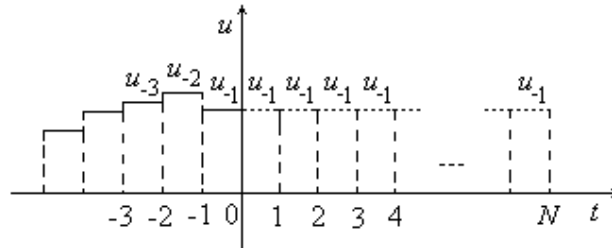


Fig. 4.3. Evoluția în timp a comenzii pentru ieșirea liberă.

În conformitate cu (4), rezultă următoarea relație de calcul al valorilor componente libere a ieșirii estimate

$$y_j = y_{j-1} + \sum_{i=j+1}^r b_i \Delta u_{j-i} - \sum_{i=1}^n a_i \Delta y_{j-i}, \quad 1 \leq j \leq N. \quad (6)$$

Forma diferențială a relațiilor (6) asigură o bună compensare a efectului diverselor perturbații asupra componente libere a ieșirii estimate. În acest fel, algoritmul de

reglare predictivă reușește să anuleze eroarea dintre mărimea reglată și mărimea de referință în condițiile acțiunii perturbațiilor de tip treaptă..

Înainte trecerii regulatorului din starea MANUAL în starea AUTOMAT, componentele anterioare ale comenzii, anume $u_{-r}, u_{-r+1}, \dots, u_{-1}$, trebuie inițializate la valoarea curentă a comenzii, iar componentele anterioare ale ieșirii, anume $y_{-n+1}, y_{-n+2}, \dots, y_0$, trebuie inițializate la valoarea curentă a ieșirii. În regim AUTOMAT, la începutul unui pas de calcul, se inițializează y_0 cu valoarea curentă măsurată a ieșirii, iar după efectuarea calculului comenzii, se efectuează deplasarea spre stânga a secvenței $\{u_{-r}, u_{-r+1}, \dots, u_{-1}\}$ și înlocuirea componentei u_{-1} cu valoarea calculată a comenzii, precum și deplasarea spre stânga a secvenței $\{y_{-n+1}, y_{-n+2}, \dots, y_0\}$.

În cazul particular al procesului continuu cu funcția de transfer

$$G_P(s) = \frac{K_P \cdot e^{-T_m s}}{T_1 s + 1}, \quad (7)$$

discretizat cu perioada T are funcția de transfer

$$G_P(z) = \frac{K_P(1-p) \cdot z^{-m-1}}{1-pz^{-1}} \quad (8)$$

și ecuația cu diferențe

$$y_k - py_{k-1} = K_P(1-p)u_{k-m-1},$$

unde m este partea întreagă a raportului T_m/T și

$$p = e^{-T/T_1}.$$

Componenta liberă se calculează cu relațiile

$$y_j = (1+p)y_{j-1} - py_{j-2} + K_P(1-p)(u_{j-m-1} - u_{j-m-2}), \quad 1 \leq j \leq m,$$

$$y_j = (1+p)y_{j-1} - py_{j-2}, \quad m+1 \leq j \leq N.$$

Cei trei parametri ai procesului de ordinul unui și cu timp mort pot fi ușor determinați pe cale experimentală, din răspunsul la intrare treaptă al procesului, aflat inițial în regim staționar. Majoritatea aplicațiilor practice realizate pe baza acestui model al procesului sunt relativ simple, robuste și suficient de precise.

Componenta forțată $\tilde{y} = \{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_N\}$ a ieșirii estimate este răspunsul discretizatului procesului pentru comanda cu $r + N$ componente

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \hat{u} - u \\ &= \{0, 0, \dots, 0, u_0 - u_{-1}, u_1 - u_{-1}, \dots, u_{M-1} - u_{-1}, u_{M-1} - u_{-1}, \dots, u_{M-1} - u_{-1}\}. \end{aligned}$$

adică răspunsul forțat (din regim inițial staționar) la secvența de comenzi incrementale pe orizontul de predicție al ieșirii

$$\{\Delta u_0, \Delta u_1, \dots, \Delta u_{M-1}, 0, \dots, 0\}.$$

Din principul superpoziției, rezultă

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_{N-M+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_1 \\ \vdots \\ \Delta u_{M-1} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

adică

$$\tilde{y} = \mathbf{H} \cdot \tilde{u}, \quad (10)$$

unde $\{h_1, h_2, \dots, h_N\}$ este secvența valorilor răspunsului indicial $h(t)$ la momentele de timp 1, 2, ..., N,

$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_{N-M+1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{u} = \begin{bmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_1 \\ \vdots \\ \Delta u_{M-1} \end{bmatrix}.$$

În conformitate cu relațiile (5) și (10), ieșirea estimată pe orizontul de predicție poate fi scrisă sub forma vectorial-matriceală astfel

$$\hat{y} = y + \mathbf{H}\tilde{u}. \quad (11)$$

Valorile răspunsului indicial pot fi determinate pe baza modelului (3) al discretizatului procesului, cu relația

$$h_j = \sum_{i=1}^{i_1} b_i - \sum_{i=1}^{i_2} a_i h_{j-i}, \quad j=1, 2, \dots, N, \quad (12)$$

unde $i_1 = \min\{j, r\}$ și $i_2 = \min\{j, n\}$. În cazul particular al procesului de ordinul unu și cu timp mort (7), răspunsul indicial are valorile

$$h_j = 0, \quad j=1, 2, \dots, m$$

$$h_j = K[(1 - e^{-(j-m)T/T_1})], \quad j = m+1, \dots, N.$$

5.3. CALCULUL COMENZII OPTIMALE

Definim vectorul erorii libere ca diferența dintre vectorul N-dimensional al referinței mărimii reglate și vectorul N-dimensional al ieșirii libere estimate pe orizontul de predicție, adică

$$\mathbf{e} = \mathbf{w} - \mathbf{y} = \begin{bmatrix} w_1 - y_1 \\ w_2 - y_2 \\ \vdots \\ w_N - y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix}.$$

Tinând seama de expresia vectorial-matriceală (10) a ieșirii estimate pe orizontul de predicție, indicele de performanță (2) poate fi scris, succesiv, astfel

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= (\mathbf{w} - \mathbf{y} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}})^T (\mathbf{w} - \mathbf{y} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}}) + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}, \\ \mathbf{J} &= (\mathbf{e} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}})^T (\mathbf{e} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}}) + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}, \\ \mathbf{J} &= (\mathbf{e}^T - \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T) (\mathbf{e} - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}}) + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}, \\ \mathbf{J} &= \tilde{\mathbf{u}}^T (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{e}^T \mathbf{e}. \end{aligned}$$

Soluția optimală se obține prin anularea derivatelor indicelui de performanță \mathbf{J} în raport cu comanda ipotetică $\tilde{\mathbf{u}}$. Din

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 2(\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I}_M) \tilde{\mathbf{u}} - 2\mathbf{H}^T \mathbf{e} = 0,$$

obținem comanda optimală

$$\tilde{\mathbf{u}}_{opt} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{e}. \quad (13)$$

În cazul cel mai simplu al orizontului de predicție a ieșirii $M=1$, când $\tilde{\mathbf{u}}_{opt} = \Delta u_0 = u_0 - u_{-1}$ și $\mathbf{H}^T = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N]$, din relația (13) obținem algoritmul de reglare predictiv

$$u_0 = u_{-1} + \frac{h_1 e_1 + h_2 e_2 + \dots + h_N e_N}{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_N^2 + \lambda}, \quad (14)$$

unde $\{h_1 h_2 \dots h_N\}$ este secvența valorilor răspunsului indicial $h(t)$ al procesului la momentele de timp 1, 2, \dots , N ale orizontului de predicție a ieșirii, iar

$$e_j = w_j - y_j, \quad j=1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

sunt valorile erorii libere pe orizontul de predicție a ieșirii (estimate pe baza modelului procesului), unde w_j sunt valorile mărimii de referință (considerate egale w_0 în cazul în care nu se cunoaște traectoria de referință viitoare), iar y_j sunt valorile estimate ale ieșirii *libere* (considerând că valorile viitoare u_0, u_1, \dots, u_{N-1} ale comenzii sunt constante și egale cu u_{-1} , adică $\Delta u_0 = 0, \Delta u_1 = 0, \dots, \Delta u_{N-1} = 0$).

Alegerea parametrului (de acordare) λ se efectuează pe cale experimentală, în timpul desfășurării operației de reglare.

Algoritmul predictiv (14) poate fi utilizat în practică sub *forma normalizată*

$$u_0 = u_{-1} + K_R \frac{h_1 e_1 + h_2 e_2 + \dots + h_N e_N}{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_N^2}, \quad (16)$$

în care K_R este factorul de proporționalitate acordabil (cu valori subunitare) al regulatorului. În (14) și (16), valorile h_i ale funcției indiciale a procesului sunt adimensionale, iar valoarea curentă calculată a comenzii u_0 , valoarea anterioară a comenzii u_{-1} și valorile e_i ale erorii (abaterii) sunt exprimate în procente. În cazul determinării experimentale a funcției indiciale a procesului, valorile adimensionale h_i ale funcției indiciale se obțin prin raportarea valorilor procentuale ale mărimii reglate la valoarea procentuală a variației treaptă a semnalului de comandă.

Relațiile de calcul al comenzii optimale la momentul curent se încadrează în forma generală

$$u_0 = u_{-1} + K_R(k_1 e_1 + k_2 e_2 + \dots + k_N e_N), \quad (17)$$

care evidențiază caracterul *integrator* al algoritmului de comandă în raport cu erorile de reglare estimate în fiecare punct al orizontului de predicție. În general, așa cum reiese și din (14) și (16), ponderea în comandă a erorii estimate la momentul j este cu atât mai mare cu cât momentul respectiv este mai îndepărtat de momentul inițial.

Orizontul de predicție a comenzii M se alege de regulă mic (1, 2 sau 3), deoarece o valoare mai mare crește volumul de calcul, fără a mări semnificativ calitatea reglării. În ceea ce privește alegerea orizontului de predicție a ieșirii N , acesta trebuie să acopere partea semnificativă a regimului tranzitoriu a procesului (inclusive partea cu timp mort), fără a scădea sub jumătatea duratei regimului tranzitoriu.

În cazul $M = 2$, când

$$\tilde{\mathbf{u}}_{opt} = \begin{bmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 - u_{-1} \\ u_1 - u_0 \end{bmatrix}$$

și

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ h_2 & h_1 \\ \vdots & \vdots \\ h_N & h_{N-1} \end{bmatrix},$$

din (13) obținem algoritmul de reglare

$$u_0 = u_{-1} + \frac{h_1 e_1 + (h_2 - \alpha h_1) e_2 + \dots + (h_N - \alpha h_{N-1}) e_N}{A - \alpha B}, \quad (18)$$

unde

$$A = h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_N^2 + \lambda, \quad B = h_1 h_2 + h_2 h_3 + \dots + h_{N-1} h_N$$

$$\alpha = \frac{B}{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_{N-1}^2 + \lambda}.$$

În cazul în care considerăm comanda constantă pe primele k perioade și pe ultimele $N - k$ perioade ale orizontului de predicție, relația matriceal-vectorială (9) care exprimă componenta forțată a răspunsului procesului are forma

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_k \\ \tilde{y}_{k+1} \\ \vdots \\ \tilde{y}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ h_2 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ h_k & 0 \\ h_{k+1} & h_1 \\ \vdots & \vdots \\ h_N & h_{N-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_0 \\ \Delta u_k \end{bmatrix}.$$

Din (13) obținem algoritmul de reglare

$$u_0 = u_{-1} + \frac{h_1 e_1 + \dots + h_k e_k + (h_{k+1} - \alpha h_1) e_{k+1} + \dots + (h_N - \alpha h_{N-k}) e_N}{A - \alpha B}, \quad (19)$$

unde

$$A = h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_N^2 + \lambda, \quad B = h_1 h_{k+1} + h_2 h_{k+2} + \dots + h_{N-k} h_N,$$

$$\alpha = \frac{B}{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_{N-k}^2 + \lambda}.$$

Pentru $k=1$, se obține algoritmul de reglare corespunzător cazului $M=2$, iar pentru $k=2$, rezultă

$$u_0 = u_{-1} + \frac{h_1 e_1 + h_2 e_2 + (h_3 - \alpha h_1) e_3 + \dots + (h_N - \alpha h_{N-2}) e_N}{A - \alpha B}, \quad (20)$$

unde

$$A = h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_N^2 + \lambda, \quad B = h_1 h_3 + h_2 h_4 + \dots + h_{N-2} h_N,$$

$$\alpha = \frac{B}{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_{N-2}^2 + \lambda}.$$

Ca și în cazul algoritmului de tip PID cu un singur grad de libertate, adăugarea unui bloc de filtrare a mărimii de referință, cu funcția de transfer

$$G_f(s) = \frac{1}{T_f s + 1},$$

reduce variația inițială a comenzii la modificarea treaptă a referinței. La procesele de tip proporțional, pentru constanta de timp de filtrare se recomandă o valoare maximă aproximativ egală cu o zecime din durata regimului tranzitoriu al răspunsului indicial al procesului (inclusiv timpul mort).

5

SISTEME DE REGLARE CU MODEL INTERN

5.1. CARACTERISTICI GENERALE ALE REGLĂRII CU MODEL INTERN

La reglarea cu model intern (IMC – Internal Model Control), sistemul de reglare încorporează în structura regulatorului, într-o formă explicită, un model **M** al procesului reglat **P**, echivalent cu partea fixată (compusă din elementul de execuție, procesul propriu-zis și traductorul mărimii reglate) - fig. 5.1. În ipoteza unui *model liniar perfect*, cu $G_M(s) = G_P(s)$, semnalul de pe calea de reacție este nul în cazul aplicării unui semnal de referință de tip original (nul pentru $t < 0$); în consecință,

$$C(s) = G_{R_i}(s)R(s), \quad (1)$$

$$Y(s) = G_{R_i}(s)G_P(s)R(s) = G_{R_i}(s)G_M(s)R(s), \quad (2)$$

unde $G_{R_i}(s)$ este funcția de transfer a regulatorului intern. Proiectând regulatorul intern astfel încât să aibă funcția de transfer egală cu inversa funcției de transfer a modelului procesului, adică $G_{R_i}(s) = G_M^{-1}(s)$, din (2) rezultă $Y(s) = R(s)$, deci $y(t) = r(t)$ oricare ar fi t și referința $r(t)$.

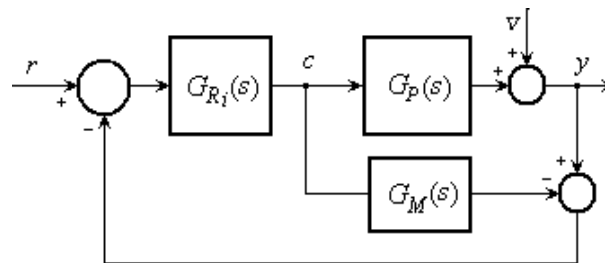


Fig. 5.1. Schema bloc a sistemului de reglare cu model intern.

- **Proprietatea reglării perfecte.** Dacă funcția de transfer a regulatorului intern este inversa funcției de transfer a modelului procesului, adică

$$G_{R_i}(s) = \frac{1}{G_M(s)}, \quad (3)$$

atunci se realizează condiția ideală de reglare

$$y(t) = r(t)$$

oricare ar fi referința $r(t)$ și perturbația $v(t)$.

În realitate, modelul unui proces dinamic cu întârziere nu este perfect inversabil, ci doar într-o formă aproximativă. Astfel, în cazul modelului cu funcția de transfer

$$G_M(s) = \frac{K_M e^{-\tau_M s}}{(T_{M2}s + 1)^2} \quad (4)$$

(strict proprie și cu timp mort), inversa exactă a funcției de transfer

$$G_M^{-1}(s) = \frac{(T_{M2}s + 1)^2 e^{\tau_M s}}{K_M}$$

este *improprie* (cu partea rațională având gradul numărătorului mai mare cu doi decât gradul numitorului) și *necauzală* (cu timpul mort negativ, egal cu $-\tau_M$).

În conformitate cu proprietatea reglării perfecte, reglarea ideală este teoretic posibilă și în condițiile unui model imperfect. Totuși, deoarece relația (3) este irealizabilă în cazul sistemelor fizice strict proprii, pentru obținerea unor performanțe de reglare bune și foarte bune este necesară utilizarea unui model matematic cât mai precis. Pe de altă parte, o reglare apropiată de cea ideală, realizabilă printr-o inversare cât mai exactă a funcției de transfer a modelului, nu este recomandată în aplicațiile practice deoarece implică semnale de comandă foarte "ascuțite", cu forma apropiată de cea a impulsului Dirac. În practică se evită utilizarea unor astfel de semnale de comandă, care generează efecte colaterale negative (consum energetic sporit, condiții periculoase de funcționare a instalației tehnologice, uzură ridicată, produs finit de calitate redusă etc.).

• **Proprietatea comenzii treaptă.** La reglarea unui proces liniar de tip proporțional, dacă modelul este perfect, iar regulatorul intern este de tip static, cu funcția de transfer

$$G_{R_i}(s) = \frac{1}{K_M}, \quad (5)$$

atunci semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară are forma unei trepte cu magnitudinea $1/K_M$.

Intr-adevăr, dacă modelul este perfect, în conformitate cu (1), avem:

$$C(s) = G_{R_i}(s)R(s) = \frac{R(s)}{K_M}.$$

Prin urmare, pentru referință treaptă unitară, rezultă

$$c(t) = \frac{r(t)}{K_M} = \frac{l(t)}{K_M}.$$

În conformitate cu proprietatea comenzii treaptă, în cazul unui model perfect, regulatorul static cu funcția de transfer (5) generează semnalul de comandă așa cum face un operator uman experimentat care, dorind să schimbe valoarea mărimii reglate, modifică brusc (treaptă) semnalul de comandă exact cu valoarea necesară. În acest fel, răspunsul sistemului de reglare la referință treaptă are forma proporțională cu cea a răspunsului indicial al procesului. Pe baza acestui raționament, putem considera că un sistem de reglare al unui proces fizic de tip proporțional este bine proiectat dacă timpul de răspuns al acestuia la referință treaptă este comparabil cu cel al răspunsului indicial al procesului. Dacă sistemul de reglare are timpul de răspuns mai mic (înjumătățit, de exemplu), putem considera că regulatorul este foarte bine proiectat.

Proprietatea comenzii treaptă poate fi valorificată pentru *verificarea și corectarea online a parametrilor modelului procesului*. Modul în care semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă se abate de la forma de treaptă oferă informație utilă referitoare la acuratețea celor trei parametri ai modelului (4) al procesului.

• **Proprietatea erorii staționare nule.** *La reglarea unui proces liniar de tip proporțional, dacă factorul static de proporționalitate al regulatorului intern este egal cu inversul factorului static de proporționalitate al modelului, adică*

$$K_{R_i} = \frac{1}{K_M}, \quad (6)$$

sau echivalent

$$G_{R_i}(0) = \frac{1}{G_M(0)}$$

atunci regulatorul global este de tip integral, anulând eroarea staționară la referință și perturbație tip treaptă.

În conformitate cu această proprietate, reglarea cu eroare staționară nulă la referință și perturbație treaptă este realizabilă și în condițiile unui model imperfect.

• **Proprietatea raportului $c(0+)/c(\infty)$.** *La reglarea unui proces liniar de tip proporțional, dacă*

$$K_M = K_P, \quad G_{R_i}(0) = \frac{1}{K_M}, \quad G_{R_i}(\infty) = \frac{K}{K_M}, \quad (7)$$

unde K este factorul de acordare al regulatorului (cu valoarea standard 1), atunci semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară are valoarea inițială de K ori mai mare decât valoarea finală, adică

$$\frac{c(0+)}{c(\infty)} = K. \quad (8)$$

În conformitate cu această proprietate, prin setarea unei valori mai mari a factorului de acordare K se obține, ca și în cazul regulatorului PID, o creștere a intensității semnalului de comandă generat de regulator.

Pentru demonstrarea ultimelor două proprietăți, vom considera că modelul cu funcția de transfer (4), adică de ordinul doi, cu timp mort și cu ambele constante de timp de întârziere egale, este adecvat reglării proceselor *stabile de tip proporțional*, adică fără zerou și pol în origine, deci cu factor de proporționalitate $K_M = G_M(0)$ finit și nenul. Un model de ordinul unu este prea simplu pentru a pune în evidență inerția procesului reglat, iar un model de ordinul doi cu constante de timp diferite sau un model de ordin mai mare decât doi sunt prea complicate și nu aduc, de regulă, avantaje semnificative.

În schema bloc echivalentă din fig. 5.2, regulatorul global \mathbf{R} conține o buclă închisă cu reacție pozitivă, având pe calea directă regulatorul intern \mathbf{R}_i , iar pe calea de reacție modelul \mathbf{M} al procesului.

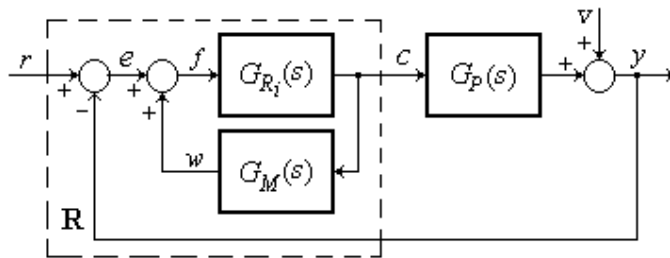


Fig. 5.2. Schema bloc echivalentă a sistemului de reglare cu model intern.

În ipoteza că sistemul de reglare este continuu și liniar, funcția de transfer a regulatorului global \mathbf{R} are expresia

$$G_R(s) = \frac{G_{R_i}(s)}{1 - G_{R_i}(s)G_M(s)}. \quad (9)$$

Pentru demonstrarea proprietății erorii staționare nule, trebuie să arătăm că regulatorului global este de tip integral, adică are un pol în origine (numitorul $1 - G_{R_i}(s)G_M(s)$ al funcției de transfer (9) se anulează pentru $s = 0$); într-adevăr, ținând seama de (6), avem

$$1 - G_{R_i}(0)G_M(0) = 1 - K_{R_i}K_M = 0.$$

Pentru demonstrarea proprietății raportului $c(0+)/c(\infty)$, plecăm de la următoarea observație: Deoarece procesul și modelul acestuia sunt subsisteme cu întârziere

strictă, deci având răspunsul forțat (din regim inițial staționar) cu valoarea zero la momentul $t = 0_+$, răspunsul $c(t)$ la referință treaptă unitară are valoarea inițială egală cu valoarea inițială a răspunsului indicial al regulatorului intern (fig. 5.1 sau fig. 5.2), adică

$$c(0_+) = G_{R_i}(\infty). \quad (10)$$

Pe de altă parte, deoarece $G_{R_i}(0) = \frac{1}{K_M} = \frac{1}{G_M(0)}$, eroarea staționară la referință treaptă este nulă, deci $y(\infty) = 1$; în consecință, avem

$$c(\infty) = \frac{y(\infty)}{K_P} = \frac{1}{K_P}.$$

Din relațiile (7), (10) și (11), rezultă

$$\frac{c(0_+)}{c(\infty)} = K_P G_{R_i}(\infty) = K_P \cdot \frac{K}{K_M} = K.$$

În conformitate cu fig. 2, răspunsul indicial $y_r(t)$ la referință treaptă și răspunsul indicial $y_v(t)$ la perturbație treaptă sunt complementare, adică satisfac relația

$$y_r(t) + y_v(t) = 1, \quad t \geq 0. \quad (11)$$

Remarca 1. Din cele prezentate reiese faptul că pentru asigurarea unei reglări performante trebuie satisfăcute trei condiții:

- (a) modelul \mathbf{M} să descrie cât mai exact dinamica procesului \mathbf{P} ;
- (b) factorul de proporționalitate static al regulatorului intern \mathbf{R}_i să fie egal cu inversul factorului de proporționalitate static al modelului \mathbf{M} ;
- (c) funcția de transfer a regulatorului intern \mathbf{R}_i să aproximeze rezonabil (fără a forța o precizie ridicată) inversa funcției de transfer a modelului procesului.

Remarca 2. În cazul proceselor de tip proporțional și cu răspuns indicial monoton, cei trei parametri ai modelului (4) pot fi ușor determinați din răspunsul indicial al procesului (fig. 5.3). Astfel, K_M se alege egal cu factorul de proporționalitate static al procesului K_P , τ_M cu timpul mort al procesului τ_P , iar constanta de timp T_{M2} este dată de relația

$$T_{M2} \cong \frac{T_{tr95}}{4,74} = \frac{T_{s95} - \tau_P}{4,74}, \quad (12)$$

unde T_{tr95} reprezintă timpul tranzitoriu al răspunsului indicial $y(t)$ al procesului, definit ca diferența dintre timpul de stabilizare T_{s95} a răspunsului la 95% din

valoarea sa finală și timpul mort τ_p , adică $T_{tr95} = T_{s95} - \tau_p$. Relația (12) rezultă din egalitatea

$$\frac{y(\tau_M + 4.74T_{M2})}{y(\infty)} \approx 0,95, \quad (13)$$

unde $y(t)$ este răspunsul indicial al modelului (4).

Dacă mărimile de intrare și de ieșire ale procesului sunt exprimate în procente, atunci factorul static de proporționalitate al procesului (deci și al modelului) este adimensional și dat de relația

$$K_M = \frac{(\Delta y)_{tot} [\%]}{(\Delta c)_{tot} [\%]}. \quad (14)$$

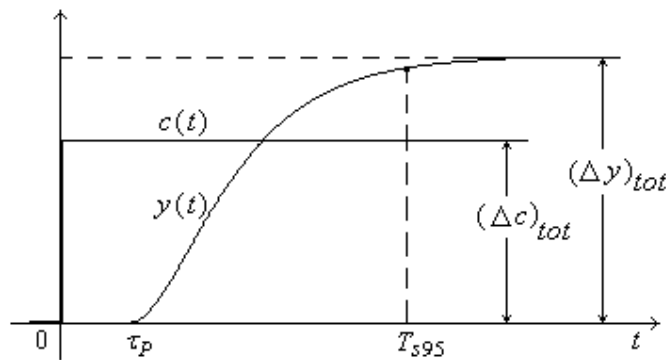


Fig. 5.3. Determinarea experimentală a modelului unui proces de tip proporțional cu răspuns indicial monoton.

Remarca 3. Ținând seama că discretizatul unui sistem continuu cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{1}{T_0s + 1} \quad (15)$$

are funcția de transfer

$$G^0(z) = \frac{(1 - p_0)z^{-1}}{1 - p_0z^{-1}}, \quad p_0 = e^{-T/T_0}, \quad (16)$$

care verifică proprietățile

$$G^0(1) = G(0) = 1, \quad G^0(\infty) = G(\infty) = 0, \quad (17)$$

putem considera cu suficientă precizie că discretizatul modelului continuu de ordinul doi și cu timp mort (4) are funcția de transfer în z

$$G_M^0(z) = \frac{K_M(1-p)^2 z^{-l_m-1}}{(1-pz^{-1})^2}, \quad (18)$$

unde

$$p = e^{-T/T_{M2}}$$

T este perioada de discretizare, iar l_m - valoarea întregă a raportului T_m/T . În conformitate cu (18), ecuația cu diferențe a modelului are forma (fig. 5.2):

$$w_k - 2pw_{k-1} + p^2w_{k-2} = K_M(1-p)^2 c_{k-l_m-1}. \quad (19)$$

Remarca 4. Modelul continuu cu funcția de transfer (4), modelul discret (numeric) cu funcția de transfer (18) și ecuația cu diferențe (19) pot fi utilizate pentru toate procesele stabile de tip proporțional, inclusiv pentru procesele cu răspuns indicial cu supradepășire sau de fază neminimă (caracterizate printr-un răspuns indicial având la început semn opus semnului valorii finale).

La procesele de *fază neminimă*, timpul mort τ_M va îngloba tot intervalul de timp în care răspunsul indicial are semn opus semnului valorii finale.

La procesele cu *supradepășire*, parametrii modelului sunt determinați prin aproximarea procesului \mathbf{P} cu procesul $\bar{\mathbf{P}}$ având răspunsul indicial $\bar{y}(t)$ fără supradepășire. Mai exact, dacă răspunsul indicial $y(t)$ al procesului \mathbf{P} atinge valoarea maximă la momentul t_0 , atunci se consideră $\bar{y}(t) = y(t)$ pentru $t \leq t_0$ și $\bar{y}(t) = y(t_0)$ pentru $t \geq t_0$; prin urmare,

$$K_M = K_{\bar{P}}, \quad \tau_M = \tau_{\bar{P}}, \quad T_s = T_{s\bar{P}} \approx t_0. \quad (20)$$

Remarca 5. Metoda de reglare cu model intern poate fi extinsă la procesele de *tip integral* și la unele *procese instabile*, prin transformarea acestora într-un subsistem stabil și de tip proporțional (numit *proces compensat*), cu ajutorul unei legături locale de reacție (feedback) de tip pur proporțional (fig. 5.4).

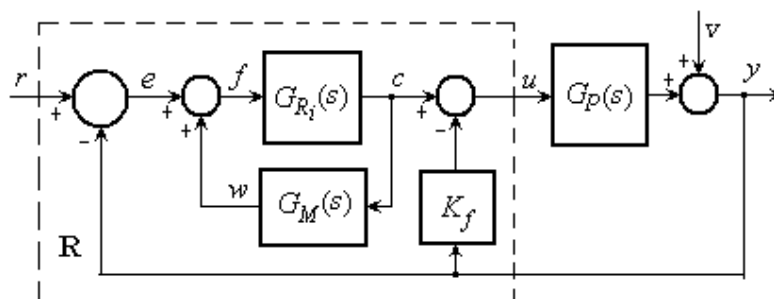


Fig. 5.4. Schema bloc a sistemului de reglare cu model intern și proces compensat.

5.2. ALGORITM DE REGLARE IMC CU MODEL SI REGULATOR INTERN DE ORDINUL DOI

O funcție rațională *improprie* poate fi aproximată cu una proprie (de regulă, semiproprie) prin adăugarea la numitor a unor constante de timp de întârziere (filtrare). În privința sistemelor cu timpul mort, cea mai simplă variantă de inversare constă în neglijarea existenței acestuia. În consecință, prin inversarea aproximativă a modelului cu funcția de transfer (4) se obține regulatorul intern semipropriu cu funcția de transfer

$$G_{Ri}(s) = \frac{(T_{M2}s + 1)^2}{K_M(T_\varepsilon s + 1)^2}, \quad (21)$$

unde K_M este factorul static de proporționalitate al modelului, T_{M2} - constanta de timp dublă a modelului, iar T_ε este o constantă de timp de filtrare (de regulă, mai mică sau egală cu T_{M2}).

Constanta de timp de filtrare T_ε reprezintă principalul *parametru de acordare* al regulatorului global. Din considerente practice se recomandă introducerea notației

$$\frac{T_\varepsilon}{T_{M2}} = \sqrt{K}, \quad (22)$$

prin care factorul de proporționalitate adimensional K (cu valoarea standard 1) devine principalul factor de acordare al regulatorului. Regulatorul intern are deci funcția de transfer

$$G_{Ri}(s) = \frac{(T_{M2}s + 1)^2}{K_M \left(\frac{T_{M2}}{\sqrt{K}} s + 1 \right)^2}. \quad (23)$$

În ipoteza modelului perfect, regulatorul intern devine pur proporțional pentru $K=1$, cu funcția de transfer

$$G_{Ri}(s) = \frac{1}{K_M}.$$

iar *proprietatea comenzii treaptă* este satisfăcută.

Din schema sistemului de reglare cu model intern din fig. 5.1 (sau din fig. 5.2) rezultă că semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară are valoarea inițială

$$c(0_+) = G_{Ri}(\infty) = \frac{K}{K_M} \quad (24)$$

și valoarea finală

$$c(\infty) = \frac{1}{K_P}. \quad (25)$$

Relația (24) este o consecință a faptului că la momentul $t = 0_+$ nu apare niciun efect pe cele două căi de reacție ale sistemului de reglare, deoarece procesul **P** și modelul **M** sunt sisteme strict proprii (de întârziere), cu răspuns nul la momentul $t = 0_+$ pentru orice intrare mărginită de tip original. Pe de altă parte, relația (25) este o consecință a faptului că sistemul de reglare are eroarea staționară nulă, deci valoarea finală a răspunsului $y(t)$ la referință treaptă unitară este egală cu 1. Din (24) și (25) rezultă că dacă factorul de proporționalitate static al modelului K_M este egal cu cel al procesului K_P , atunci semnalul de comandă $c(t)$ are valoarea inițială de K ori mai mare decât valoarea finală (proprietatea raportului semnalului de comandă).

Regulatorul are *patru parametri principali*: *trei parametri de model* (factorul de proporționalitate K_M , timpul mort T_m și timpul de stabilizare T_s) și *un parametru de acordare* (factorul de proporționalitate K , cu valoarea standard 1).

În exemplul din fig. 5.5 sunt reprezentate grafic răspunsul indicial $y_1(t)$ al procesului, precum și răspunsurile indiciale $c(t)$ și $y(t)$ ale sistemului de reglare la modificarea treaptă unitară a referinței. Din forma apropiată de cea a unei trepte a semnalului de comandă $c(t)$ rezultă că toți cei trei parametri de model au valorile bine alese (în concordanță cu caracteristicile dinamice ale procesului). În cazul proceselor cu răspuns indicial fără suprareglaj (supradepășire), prin mărirea convenabilă a factorului de acordare K , performanțele reglării devin mai bune. În general, prin mărirea/micșorarea factorului de acordare K , regulatorul generează o comandă mai puternică/slabă.

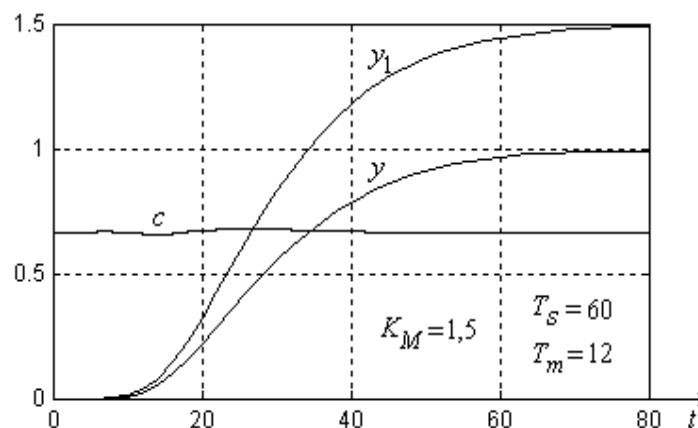


Fig. 5.5. Exemplu de răspunsuri indiciale ale procesului (y_1) și sistemului de reglare (y), în cazul unui regulator cu $K = 1$ și parametri de proces bine aleși.

Remarca 1. Proprietatea comenzii treaptă constituie un mijloc eficient pentru *evaluarea și acordarea online a parametrilor modelului* procesului, deoarece modul în care semnalul de comandă se abate de la forma treaptă oferă informație referitoare la corectitudinea fiecăruia din cei trei parametri ai modelului.

Dacă factorul de proporționalitate al modelului este mai mic decât cel al procesului, comanda c are valoarea inițială mai mare decât valoarea finală, ducând la mărirea vitezei de creștere a mărimii reglate y și apariția suprareglajului (fig. 5.6 - cazul $K_M = 1,2$).

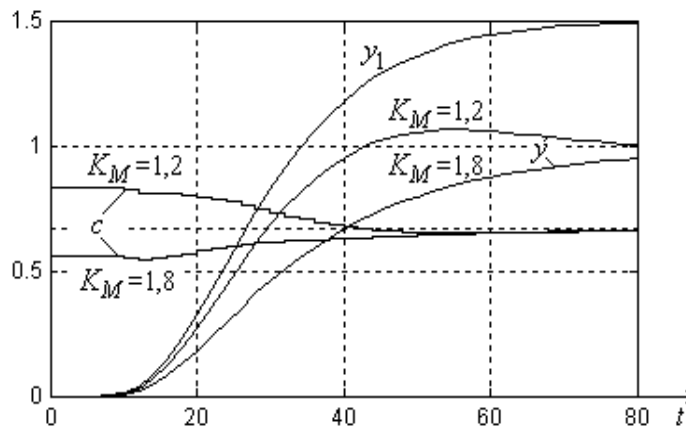


Fig. 5.6. Exemplu de răspunsuri indiciale ale procesului și sistemului de reglare în cazul unui regulator cu $K = 1$ și $K_M \neq K_P$.

Dacă timpul mort al modelului este mai mic decât cel al procesului (fig. 5.7 - cazul $T_m = 8$), sau timpul de stabilizare al modelului este mai mic decât cel al procesului (fig. 5.8 - cazul $T_s = 50$), atunci comanda c începe să crească începând cu momentul $t \approx T_m$, fapt ce mărește viteza de creștere a mărimii reglate y și favorizează apariția suprareglajului. Variația semnalului de comandă c după momentul $t \approx T_m$ este mai rapidă în cazul erorii de timp mort decât în cazul erorii de timp de stabilizare.

În concluzie, în cazul $K = 1$, variația semnalului de comandă spre zona de deasupra liniei orizontale cu magnitudinea $1/K_P$ (care produce o creștere a vitezei de variație a mărimii reglate, favorizând apariția suprareglajului) are loc atunci când un parametru al modelului este mai mic decât parametrul respectiv al procesului. Invers, variația semnalului de comandă spre zona de sub linia orizontală cu magnitudinea $1/K_P$ (care produce o scădere a vitezei de variație a mărimii reglate, deci o creștere a duratei regimului tranzitoriu) are loc atunci când unul dintre parametrii modelului este mai mare decât parametrul respectiv al procesului.

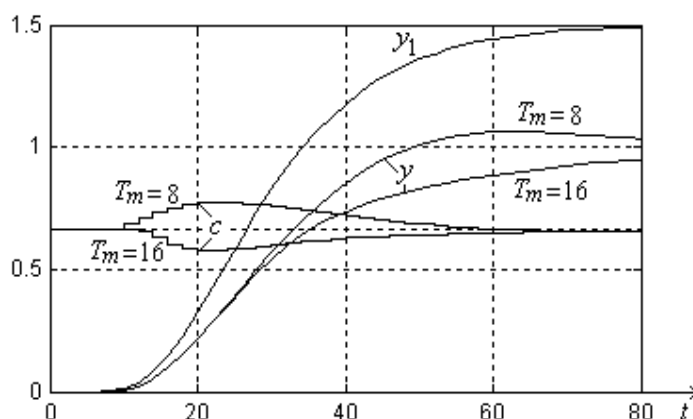


Fig. 5.7. Răspunsurile indiciale ale procesului și sistemului de reglare în cazul unui regulator cu $K = 1$ și T_m diferit de cel al procesului.

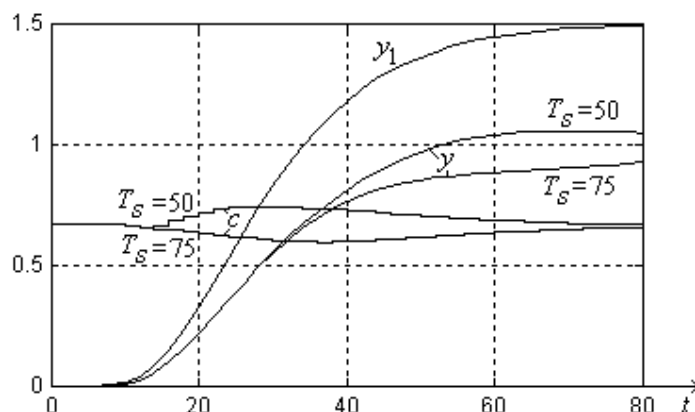


Fig. 5.8. Răspunsurile indiciale ale procesului și sistemului de reglare în cazul unui regulator cu $K = 1$ și T_s diferit de cel al procesului.

Din cele prezentate se desprinde următoarea *metodologie de corectare online* a parametrilor modelului procesului.

- Se stabilește parametrul de acordare K la valoarea 1;
- Se modifică referința sub formă de treaptă și se reprezintă grafic variația în timp a semnalului de comandă $c(t)$;
- Dacă semnalul de comandă $c(t)$ se abate puțin de la forma de treaptă, atunci parametrii modelului sunt bine acordați la proces;
- Dacă $c(0+) \neq c(\infty)$, atunci se corectează K_M prin înmulțire cu raportul $c(0+)/c(\infty)$;
- Dacă $c(t)$ nu satisface proprietatea c), dar $c(0+) \cong c(\infty)$, atunci se impune modificarea fie a timpului mort T_m (când comanda se abate relativ rapid de la forma treaptă), fie a timpului de stabilizare T_s (când comanda se abate relativ lent de la

forma treaptă). În cazul în care comanda se abate de la forma treaptă în sensul creșterii/scăderii intensității acesteia, se impune creșterea/scăderea timpului mort T_m și (sau) a timpului de stabilizare T_s .

Din metodologia de ajustare online a parametrilor modelului reiese faptul că în cazul creșterii/scăderii intensității comenzii $c(t)$ față de forma treaptă, corecția oricărui parametru al modelului (K_M , T_m sau T_s) trebuie făcută în sensul creșterii/scăderii valorii acestuia.

Remarca 2. Ținând seama că discretizatul unui sistem continuu cu funcția de transfer

$$G(s) = \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1}$$

are funcția de transfer

$$G^0(z) = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{1 - q_0 z^{-1}}{1 - p_0 z^{-1}}, \quad p_0 = e^{-T/T_1}, \quad q_0 = 1 - \frac{T_1}{T_2}(1 - p_0), \quad (26)$$

care verifică proprietățile $G^0(1) = G(0) = 1$ și $G^0(\infty) = G(\infty) = 0$, putem considera cu suficientă precizie că discretizatul regulatorului intern continuu (21) cu funcția de transfer scrisă sub forma

$$G_{R_i}(s) = \frac{(T_{M2} s + 1)^2}{K_M \left(\frac{T_{M2}}{\sqrt{K}} s + 1 \right)^2}, \quad (27)$$

are funcția de transfer

$$G_{R_i}(z) = \frac{K(1 - q_2 z^{-1})^2}{K_M(1 - p_2 z^{-1})^2}, \quad (28)$$

unde

$$p_2 = e^{-\sqrt{K} T/T_{M2}}, \quad q_2 = 1 - \frac{1 - p_2}{\sqrt{K}}. \quad (29)$$

În conformitate cu (28) și fig. 6.2, ecuația cu diferențe a regulatorului intern poate fi scrisă sub forma

$$c_k - 2p_2 c_{k-1} - p_2^2 c_{k-2} = \frac{K}{K_M} (f_k - 2q_2 f_{k-1} + q_2^2 f_{k-2}). \quad (30)$$

Remarca 3. Ținând seama de shema sistemului de reglare cu model intern din fig. 5.2, precum și de ecuațiile cu diferențe (19) și (30) ale modelului și regulatorului

intern, putem scrie ecuațiile în domeniul timpului ale *regulatorului numeric global R*, sub următoarea formă:

$$\begin{cases} e_k = r_k - y_k \\ w_k = 2pw_{k-1} - p^2w_{k-2} + K_M(1-p)^2(c_{k-l_m-1} - c_0) \\ f_k = (e_k - e_0) + w_k \\ c_k = c_0 + 2p_2(c_{k-1} - c_0) + p_2^2(c_{k-2} - c_0) + \frac{K}{K_M}(f_k - 2q_2f_{k-1} + q_2^2f_{k-2}) \end{cases} \quad (31)$$

Pentru evitarea șocurilor la comutarea regulatorului din regim MANUAL în regim AUTOMAT este necesar ca înaintea operației de comutare să se efectueze *operația de inițializare* a variabilelor algoritmului de reglare. Variabilele c_0 și $c_{k-1}, c_{k-2}, \dots, c_{k-l_m-1}$ se inițializează la valoarea curentă a comenzii c , variabila e_0 se inițializează la valoarea curentă a erorii e , iar variabilele $w_{k-1}, w_{k-2}, f_{k-1}$ și f_{k-2} la valoarea zero. Dacă variabila e_0 este inițializată la valoarea zero, atunci regulatorul inițiază o acțiune imediată de reducere și eliminare a erorii curente, similară celei în care referința r ar fi suferit o variație treaptă, egală cu valoarea curentă a erorii.

* * * * *

■ Funcția **imc_a1** realizează, în MATLAB, reprezentarea grafică a răspunsului indicial $y_1(t)$ al procesului cu funcția de transfer

$$G_{P1}(s) = \frac{1,5e^{-6s}}{(3s+1)(4s+1)(8s+1)(10s+1)},$$

precum și a mărimilor $c(t)$ și $y(t)$ ale sistemului de reglare la modificarea treaptă unitară a referinței. Algoritmul de reglare este bazat pe relațiile (18), (28) și (29). Funcția

imc_a1(T,K,KM,Ts,Tm)

are ca argumente de intrare perioada de eșantionare T , factorul de acordare al regulatorului K și parametrii modelului: KM – factorul de proporționalitate, Ts – timpul de stabilizare, Tm – timpul mort.

```
function[]=imc_a1(T,K,KM,Ts,Tm)
t=0:T:80;
s=tf('s'); z=tf('z'); z1=z^-1;
P=1.5/(3*s+1)/(4*s+1)/(8*s+1)/(10*s+1); P.iodelay=6;
y1=step(P,t); plot(t,y1,'k'); hold on;
Pd=c2d(P,T);
lm=round(Tm/T);
TM2=(Ts-Tm)/4.74;
```

```

p=exp(-T/TM2); Model=KM*(1-p)^2*z1^(lm+1)/(1-p*z1)^2;
K1=sqrt(K); p2=exp(-K1*T/TM2); q2=1-(1-p2)/K1;
Ri=K/KM*(1-q2*z1)^2/(1-p2*z1)^2;
R=Ri/(1-Ri*Model);
sra_y=R*Pd/(1+R*Pd);
y=step(sra_y,t); plot(t,y,'r');
sra_c=R/(1+R*Pd);
step(sra_c,'b',t);
grid on;

```

În fig. 5.9 sunt prezentate răspunsurile procesului și sistemului de reglare la referință treaptă, pentru perioada de eșantionare $T=2$ și două valori distincte ale parametrului de acordare ($K=1$ și $K=1.7$). Cel mai bun răspuns corespunde cazului $K=1.7$. Răspunsurile au fost obținute cu comenzile

```
imc_a1(2, 1, 1.5, 60, 12); imc_a1(2, 1.7, 1.5, 60, 12);
```

În cazul $K=1$, forma de variație în timp a comenzii $c(t)$ este apropiată de forma treaptă, iar forma de variație a mărimii reglate $y(t)$ este apropiată de forma răspunsului indicial al procesului $y_1(t)$.

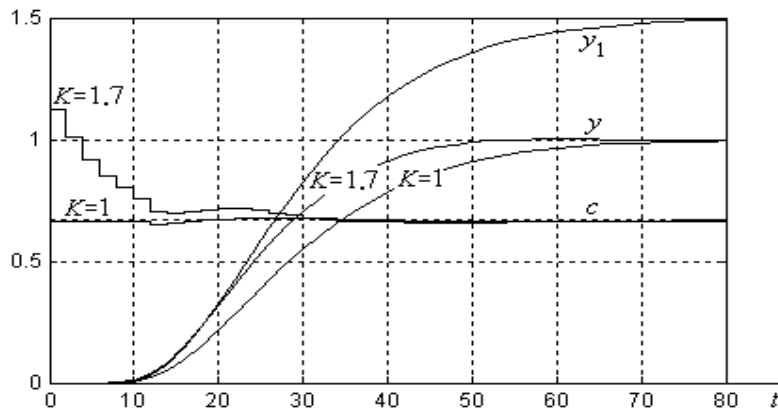


Fig. 5.9. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{P1}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale sistemului de reglare.

■ Funcția **imc_a2**(T,K,KM,Ts,Tm) este asociată procesului de fază neminiată cu funcția de transfer

$$G_{P2}(s) = \frac{1,5(-6s+1)e^{-6s}}{(3s+1)(4s+1)(8s+1)}$$

Ea diferă de funcția **imc_a1** numai prin linia

$$P=1.5*(-6*s+1)/(3*s+1)/(4*s+1)/(8*s+1); P.iodelay=6;$$

Răspunsul indicial $y_1(t)$ al procesului și răspunsurile $c(t)$ și $y(t)$ ale sistemului de reglare din fig. 5.10 au fost obținute cu comenzile

`imc_a2(2, 1, 1.5, 45, 15); imc_a2(2, 1.6, 1.5, 45, 15);`

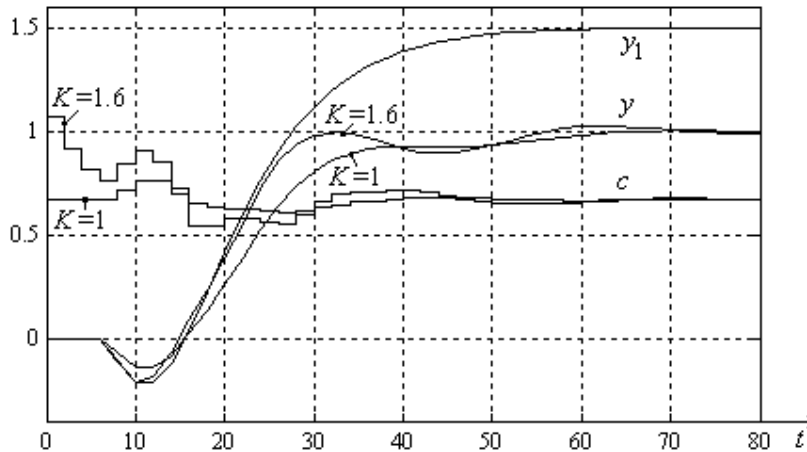


Fig. 5.10. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{P2}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale sistemului de reglare.

Din examinarea acestor răspunsuri se constată că prin alegerea adecvată a timpului mort, anume $T_m = 15$ (pentru a include și intervalul în care răspunsul indicial al procesului are semnul negativ) și a timpului de stabilizare, anume $T_s = 45$, algoritmul de reglare poate fi aplicat cu rezultate bune și la procesele stabile de fază neminiată și cu timp mort, în general greu de reglat.

■ Funcția **imc_a3**(T, K, K_M, T_s, T_m) este asociată procesului cu funcția de transfer

$$G_{P3}(s) = \frac{1,5(20s+1)e^{-6s}}{(3s+1)(4s+1)(8s+1)},$$

care are o constantă de timp dominantă. Ea diferă de funcțiile **imc_a1** și **imc_a2** numai prin linia de comandă

`P=1.5*(20*s+1)/(3*s+1)/(4*s+1)/(8*s+1); P.iodelay=6;`

Răspunsul indicial $y_1(t)$ al procesului și răspunsurile $c(t)$ și $y(t)$ ale sistemului de reglare din fig. 5.11 au fost obținute cu comenzile

`imc_a3(2, 1, 1.82, 20, 6); imc_a3(2, 0.6, 1.82, 20, 6);`

Din examinarea acestor răspunsuri se constată că prin alegerea adecvată a factorului de proporționalitate al modelului ($K_M = 1.82$, egal cu variația maximă a răspunsului indicial al procesului) și a timpului de stabilizare $T_s = 20$, algoritmul de reglare poate fi aplicat cu rezultate bune și la procesele stabile cu supradepășire și timp mort, în general greu de reglat.

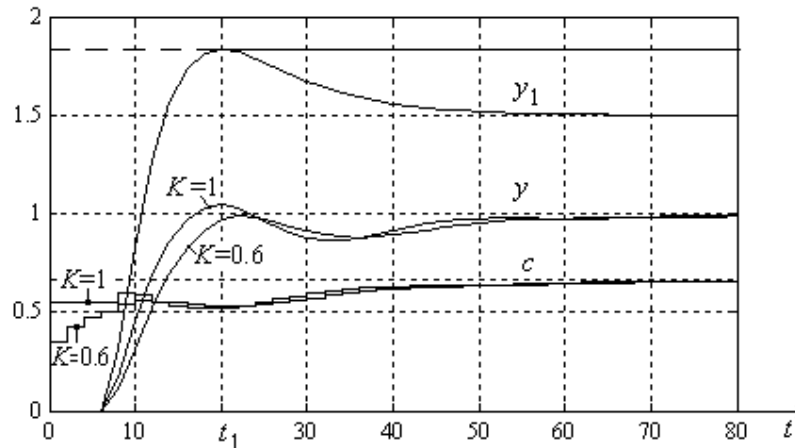


Fig. 5.11. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{P3}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale sistemului de reglare.

5.3. ALGORITMUL DE REGLARE P-IMC

Varianta de reglare P-IMC are regulatorul intern R_i de ordinul zero, deci de tip static, cu factorul de proporționalitate egal cu inversul factorului de proporționalitate al modelului procesului (fig. 5.12), adică

$$G_{R_i}(s) = \frac{1}{K_M} = \frac{1}{G_M(0)}. \quad (32)$$

Pentru ca regulatorul să fie acordabil, în structura acestuia se inseriază un element static (pur proporțional) cu factorul de proporționalitate K având valoarea standard egală cu 1. În acest caz, regulatorul R are funcția de transfer

$$G_R(s) = K \cdot \frac{\frac{1}{K_M}}{1 - \frac{1}{K_M} G_M(s)} = \frac{K}{G_M(0) - G_M(s)}. \quad (33)$$

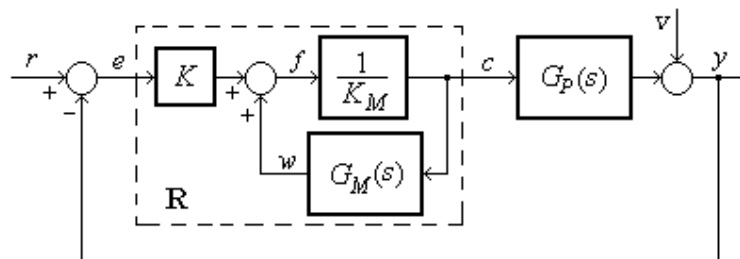


Fig. 5.12. Schema sistemului de reglare cu regulator P-IMC.

Deoarece $G_R(s)$ are un pol în origine, regulatorul \mathbf{R} este de tip *integral* (nu pur integral ca în cazul componentei integrale a regulatorului PID), reușind astfel să elimine eroarea e la referință și perturbație treaptă (dacă sistemul de reglare este stabil). Prin urmare, răspunsul $y(t)$ al sistemului de reglare la referință treaptă unitară $r = 1(t)$ va avea valoarea finală $y(\infty) = 1$, iar asta înseamnă că semnalul de comandă $c(t)$ va avea valoarea finală egală cu inversul factorului static de proporționalitate al procesului, adică

$$c(\infty) = \frac{1}{K_P}. \quad (34)$$

Pe de altă parte, deoarece procesul \mathbf{P} și modelul \mathbf{M} sunt sisteme strict proprii (de întârziere) care împiedică apariția vreunui efect la momentul $t = 0_+$ pe cele două căi de reacție ale sistemului de reglare din fig. 5.12, valoarea inițială $c(0_+)$ a semnalului de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară este

$$c(0_+) = \frac{K}{K_M}. \quad (35)$$

Așadar, în cazul $K_M = K_P$, semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă are valoarea inițială de K ori mai mare/mică decât valoarea finală:

$$c(0_+) = Kc(\infty). \quad (36)$$

Pentru $K = 1$, algoritmul de reglare P-IMC este identic cu algoritmul de reglare IMC. Prin urmare, în ipoteza modelului perfect, sistemul de reglare verifică *proprietatea comenzii treaptă*:

- Dacă $K = 1$ și modelul este perfect, atunci semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară are forma unei trepte cu magnitudinea $1/K_M$, adică

$$c(t) = \frac{1}{K_M} \cdot 1(t).$$

Deoarece durata răspunsului sistemului de reglare la referință treaptă este egală cu durata răspunsului procesului la intrare treaptă, putem considera că regulatorul cu $K = 1$ realizează performanțe de reglare bune. Prin mărirea convenabilă a factorului de acordare K , performanțele reglării pot deveni mai bune. În cazul proceselor de tip proporțional și cu răspuns indicial fără supradepășire, se recomandă mărirea factorului de acordare K astfel încât răspunsul sistemului de reglare la referință treaptă să aibă o supradepășire cuprinsă între 2 și 10 %. În general, prin mărirea/micșorarea factorului de acordare K , regulatorul va genera o comandă mai puternică/slabă.

Proprietatea comenzii treaptă constituie un mijloc eficient pentru *evaluarea și acordarea online a parametrilor modelului* procesului, deoarece modul în care semnalul de comandă se abate de la forma treaptă oferă informație despre setarea eronată a parametrilor modelului. Metodologia de evaluare/corectare online a parametrilor modelului este identică cu cea prezentată la sistemele de reglare de tip IMC. Astfel, pentru $K=1$ și referință treaptă, în cazul creșterii/scăderii intensității comenzii $c(t)$ față de forma treaptă, corecția oricărui parametru al modelului (K_M, T_m sau T_r) trebuie făcută în sensul creșterii/scăderii valorii acestuia.

Remarca 1. Pentru $K=1$, algoritmul de reglare P-IMC este identic cu algoritmul de reglare IMC. Ponderea parametrului de acordare K asupra intensității acțiunii de reglare este însă mai puternică în cazul algoritmului P-IMC, mai ales la reglarea proceselor cu timp mort. În practică pot apărea situații în care această pondere este fie prea mică (la algoritmul IMC, când mărirea lui K crește insensibil intensitatea acțiunii de reglare), fie prea mare (la algoritmul P-IMC, când o creștere mică a lui K mărește substanțial intensitatea acțiunii de reglare).

Remarca 2. Ținând seama de ecuația cu diferențe (19) a discretizatului modelului și de schema regulatorului P-IMC din figura 5.12, regulatorul numeric **R** are ecuațiile în domeniul timpului

$$\begin{cases} e_k = r_k - y_k \\ w_k = 2pw_{k-1} - p^2w_{k-2} + K_M(1-p)^2(c_{k-l_m-1} - c_0) \\ c_k = c_0 + \frac{K}{K_M}(e_k - e_0) + \frac{1}{K_M}w_k \end{cases} \quad (37)$$

Regulatorul are *patru parametri: trei parametri de model* (factorul static de proporționalitate K_M , timpul mort T_m și timpul de stabilizare T_s) și *un parametru de acordare* (factorul de proporționalitate K).

Pentru ca trecerea regulatorului din starea MANUAL în starea AUTOMAT să se realizeze fără șoc se aplică următoarea *procedură de inițializare*: se inițializează w_{k-1} și w_{k-2} la valoarea zero, e_0 la valoarea curentă a erorii e , iar c_0 și c_{k-1} , c_{k-2} , ... , c_{k-l_m-1} la valoarea curentă a semnalului de comandă c . Dacă însă e_0 este inițializat la valoarea zero, atunci regulatorul inițiază o acțiune imediată de reducere și eliminare a erorii curente, similară celei în care referința r ar fi suferit o variație treaptă, egală cu valoarea curentă a erorii.

* * * * *

■ Din funcțiile

imc_a1(T,K,KM,Ts,Tm),

imc_a2 și **imc_a3** realizate în MATLAB pentru studiul sistemelor de reglare tip IMC cu regulator intern de ordinul doi pot fi obținute funcțiile **p_imc_a1**, **p_imc_a2** și **p_imc_a3** pentru studiul sistemelor de reglare cu regulator P-IMC, prin înlocuirea liniilor

$$\begin{aligned} K1 &= \sqrt{K}; \quad p2 = \exp(-K1 \cdot T / Tm); \quad q2 = 1 - (1 - p2) / K1; \\ Ri &= K / KM \cdot (1 - q2 \cdot z1)^2 / (1 - p2 \cdot z1)^2; \\ R &= Ri / (1 - Ri \cdot Model); \end{aligned}$$

cu liniile

$$\begin{aligned} Ri &= 1 / KM; \\ R &= K \cdot Ri / (1 - Ri \cdot Model); \end{aligned}$$

Cu comenzile

$$\begin{aligned} p_imc_a1(2, 1, 1.5, 60, 12); \quad p_imc_a1(2, 1.15, 1.5, 60, 12); \\ p_imc_a2(2, 1, 1.5, 45, 15); \quad p_imc_a2(2, 1.15, 1.5, 45, 15); \\ p_imc_a3(2, 1, 1.82, 20, 6); \quad p_imc_a3(2, 0.8, 1.82, 20, 6); \end{aligned}$$

s-au obținut respectiv răspunsurile din figurile 5.13, 5.14 și 5.15, care sunt asociate respectiv răspunsurilor din figurile 5.9, 5.10 și 5.11 (pentru aceleași procese, dar reglate cu regulator tip IMC). Performanțele reglării cu cele două tipuri de algoritmi de reglare sunt comparabile. Principala deosebire constă în ponderea parametrului de acordare K în acțiunea de reglare. Influența lui K este semnificativ mai mare la algoritmul de tip P-IMC. Pentru $K = 1$, cei doi algoritmi de reglare sunt identici.

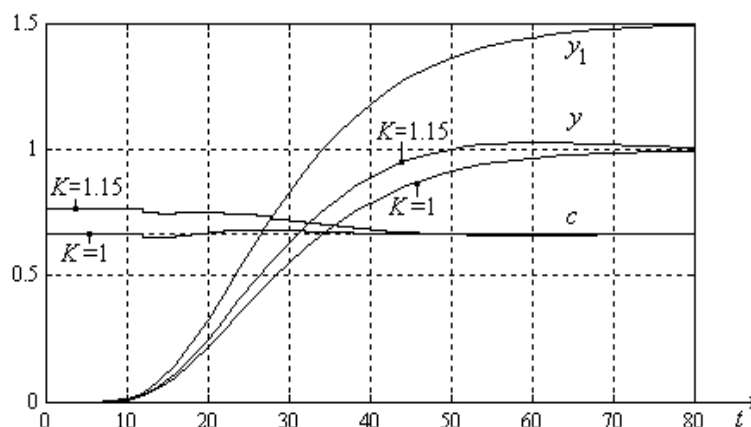


Fig. 5.13. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{p1}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale sistemului de reglare

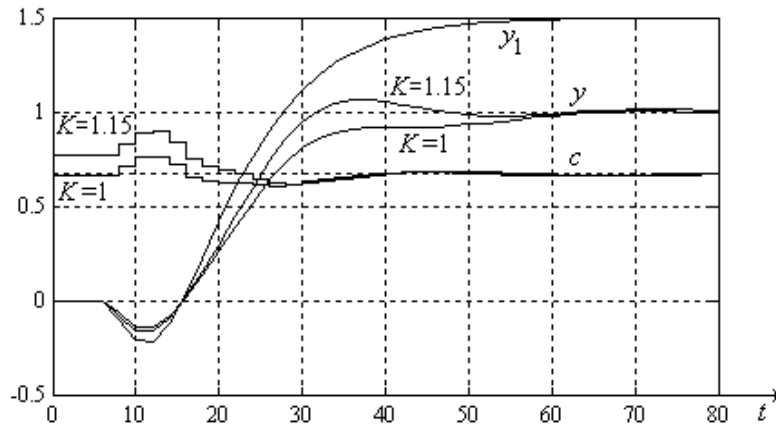


Fig. 5.14. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{P2}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale ale sistemului de reglare.

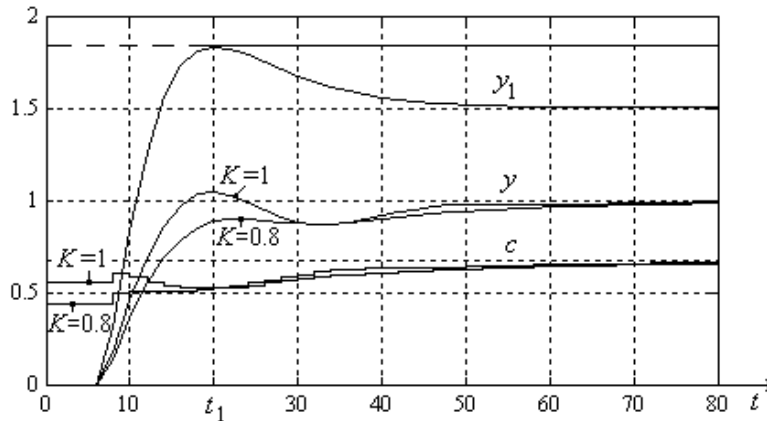


Fig. 5.15. Răspunsul indicial y_1 al procesului cu funcția de transfer $G_{P3}(s)$ și răspunsurile indiciale c și y ale ale sistemului de reglare.

5.4. ALGORITMI DE REGLARE TIP IMC ȘI P-IMC PENTRU PROCESE DE TIP INTEGRAL SAU INSTABILE

Algoritmii prezentați pot fi aplicați și la reglarea proceselor de tip integral sau chiar instabile prin transformarea acestora în *procese compensate* (stabile și de tip proporțional) cu ajutorul unei legături locale de reacție de tip pur proporțional – fig. 5.16 și fig. 5.17. În varianta extinsă, regulatorul are *cinci parametri principali*: un *parametru de compensare* a procesului (*factorul de reacție K_r*), *trei parametri ai modelului procesului compensat* (*factorul de proporționalitate K_M* , *timpul mort T_m* și *timpul de stabilizare T_s*) și un *parametru de acordare* (*factorul de proporționalitate K* , cu valoarea standard 1).

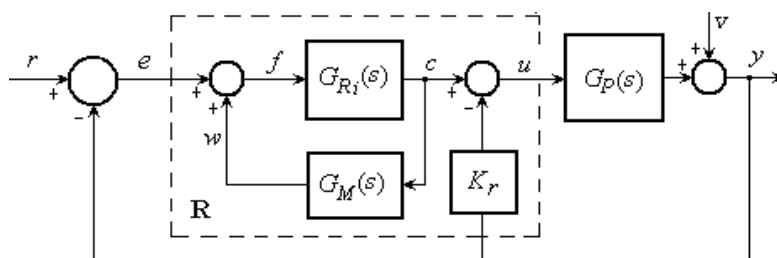


Fig. 5.16. Schema sistemului de reglare cu proces compensat și regulator tip IMC.

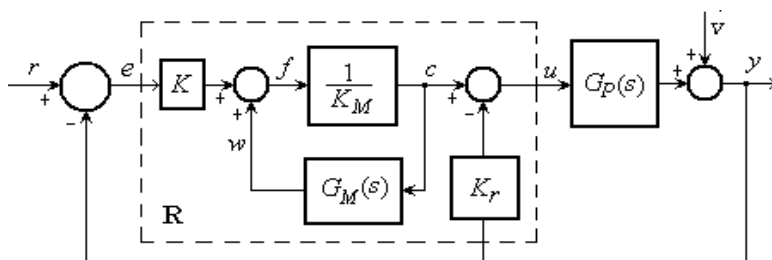


Fig. 5.17. Schema sistemului de reglare cu proces compensat și regulator P-IMC cu regulator intern de ordinul zero.

La procesele stabile de tip proporțional se alege factorul de reacție al procesului $K_r = 0$, iar la procesele de tip integral, se recomandă alegerea unui factor de reacție K_r , cât mai mare, dar nu atât de mare încât să apară supradepășire în răspunsul la intrare treaptă al procesului compensat (generat prin modificarea manuală treaptă a intrării c). Cei trei parametri ai modelului sunt determinați experimental din răspunsul procesului compensat. Dacă parametrii modelului procesului compensat sunt bine aleși, atunci răspunsul $c(t)$ al sistemului de reglare la referință treaptă și $K=1$ are forma apropiată de forma treaptă. Abaterea de la forma de treaptă permite operatorului uman să ajusteze convenabil parametrii modelului procesului compensat.

* * * * *

Din funcția

$$\mathbf{imc_a1}(T,K,KM,Ts,Tm),$$

realizată în MATLAB pentru studiul sistemelor de reglare a unui proces stabil și de tip proporțional cu regulator tip IMC, poate fi ușor obținută funcția

$$\mathbf{imc_a4}(T,K,KM,Ts,Tm,Kr)$$

asociată sistemului de reglare a procesului de tip integral

$$G_{P1}(s) = \frac{e^{-3s}}{50s(2s+1)(4s+1)(6s+1)},$$

prin înlocuirea liniei de definiere a procesului cu noua linie

$$P=1/(50*s)/(2*s+1)/(4*s+1)/(6*s+1); \text{ P.iodelay}=3;$$

și prin înlocuirea liniei

$$Pd=c2d(P,T);$$

cu liniile

$$Pd=c2d(P,T); Pd=Pd/(1+Kr*Pd);$$

$$y2=step(Pd,t); \text{ plot}(t,y2,'k'); \text{ hold on};$$

Cu comenzile

$$\text{imc_a4}(3, 1, 0.85, 88, 8, 1.2); \text{ imc_a4}(3, 1.5, 0.85, 88, 8, 1.2);$$

s-au obținut respectiv răspunsurile din fig. 5.18 ale procesului de tip integral, procesului compensat și sistemului de reglare IMC cu *regulator intern de ordinul doi*, pentru perioada de eșantionare $T = 3$ și două valori distincte ale parametrului de acordare ($K = 1$ și $K = 1.5$).

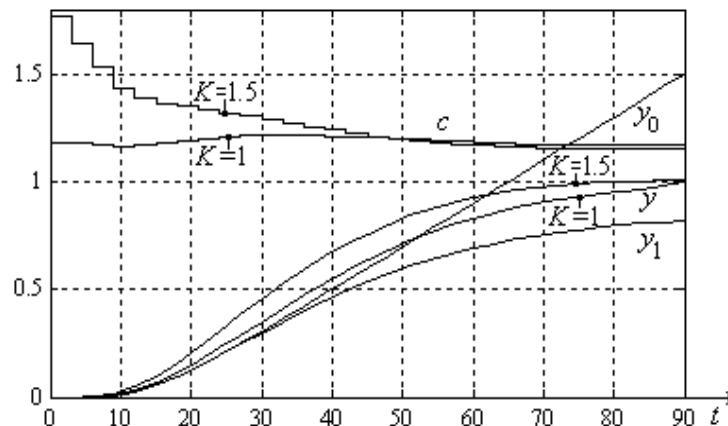


Fig. 5.18. Răspunsurile indiciale ale procesului de tip integral (y_0), procesului compensat (y_1) și sistemului de reglare cu regulator intern de ordinul doi (c, y).

Funcția

```
function[]=imc_a5(T,K,KM,Ts,Tm,Kr)
t=0:T:20;
s=tf('s'); z=tf('z'); z1=z^-1;
P=1/15/(5*s-1)/(1*s+1); P.iodelay=2;
y1=step(P,t); plot(t,y1,'k'); hold on;
Pd=c2d(P,T); Pd=Pd/(1+Kr*Pd);
t=0:T:60; y2=step(Pd,t); plot(t,y2,'k'); hold on;
lm=round(Tm/T);
TM2=(Ts-Tm)/4.74;
p=exp(-T/TM2); Model=KM*(1-p)^2*z1^(lm+1)/(1-p*z1)^2;
```

```

K1=sqrt(K); p2=exp(-K1*T/TM2); q2=1-(1-p2)/K1;
Ri=K/KM*(1-q2*z1)^2/(1-p2*z1)^2;
R=Ri/(1-Ri*Model);
sra_y=R*Pd/(1+R*Pd); y=step(sra_y,t); plot(t,y,'r');
sra_c=R/(1+R*Pd); step(sra_c,'b',t);
grid on;

```

permite studiul sistemului cu regulator IMC pentru reglarea procesului instabil cu funcția de transfer

$$G_{P2}(s) = \frac{e^{-2s}}{15(s+1)(5s-1)}$$

Cu comenzile

```
imc_a5((2, 1, 2, 70, 4, 15.51); imc_a5((2, 1.8, 2, 70, 4, 15.51);
```

s-au obținut respectiv răspunsurile din fig. 5.19 ale procesului instabil, procesului compensat și sistemului de reglare cu *regulator intern de ordinul doi*, pentru perioada de eșantionare $T = 2$ și două valori distincte ale parametrului de acordare ($K = 1$ și $K = 1.8$).

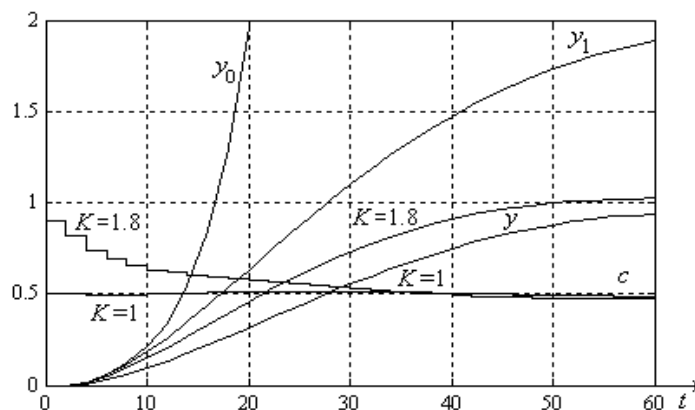


Fig. 5.19. Răspunsurile indiciale ale procesului instabil (y_0), procesului compensat (y_1) și sistemului de reglare cu regulator intern de ordinul doi.

* * * * *

Din funcția

p_imc_a1(T,K,KM,Ts,Tm),

realizată în MATLAB pentru studiul sistemelor de reglare a unui proces stabil și de tip proporțional cu regulator tip P-IMC, poate fi obținută funcția

p_imc_a4(T,K,KM,Ts,Tm,Kr)

asociată sistemului de reglare a procesului de tip integral

$$G_{P1}(s) = \frac{e^{-3s}}{50s(2s+1)(4s+1)(6s+1)},$$

prin înlocuirea liniei de definiere a procesului cu noua linie

$$P=1/(50*s)/(2*s+1)/(4*s+1)/(6*s+1); \text{ P.iodelay}=3;$$

și prin înlocuirea liniei

$$Pd=c2d(P,T);$$

cu liniile

$$Pd=c2d(P,T); \text{ Pd}=\text{Pd}/(1+\text{Kr}*\text{Pd});$$

$$y2=\text{step}(\text{Pd},t); \text{ plot}(t,y2,'k'); \text{ hold on};$$

Din funcția

$$\mathbf{imc_a5}(T,K,KM,Ts,Tm,Kr)$$

realizată în MATLAB pentru studiul sistemului de reglare a procesului instabil cu regulator tip IMC, poate fi obținută funcția

$$\mathbf{p_imc_a5}(T,K,KM,Ts,Tm,Kr)$$

asociată reglării cu regulator P-IMC a aceluiași proces, prin înlocuirea liniilor

$$\begin{aligned} K1 &= \sqrt{K}; \text{ p2} = \exp(-K1*T/TM2); \text{ q2} = 1 - (1 - \text{p2})/K1; \\ Ri &= K/KM*(1 - \text{q2}*z1)^2/(1 - \text{p2}*z1)^2; \\ R &= Ri/(1 - Ri*Model); \\ \text{sra_y} &= R*\text{Pd}/(1 + R*\text{Pd}); \text{ y} = \text{step}(\text{sra_y},t); \text{ plot}(t,y,'r'); \\ \text{sra_c} &= R/(1 + R*\text{Pd}); \text{ step}(\text{sra_c},'b',t); \end{aligned}$$

cu

$$\begin{aligned} Ri &= 1/KM; \\ R &= K*Ri/(1 - Ri*Model); \\ \text{sra_y} &= R*\text{Pd}/(1 + R*\text{Pd}); \text{ y} = \text{step}(\text{sra_y},t); \text{ plot}(t,y,'r'); \\ \text{sra_c} &= R/(1 + R*\text{Pd}); \text{ step}(\text{sra_c},'b',t); \end{aligned}$$

Remarca. Algoritmul P_α -IMC (fig. 5.20) este o extindere a algoritmilor de tip IMC (denumiți și P_0 -IMC) și P-IMC (denumiți și P_1 -IMC), în scopul de a asigura o pondere moderată a factorului de acordare K asupra intensității acțiunii de reglare, astfel încât semnalul de comandă $c(t)$ la referință treaptă unitară să-și păstreze valorile inițială și finală:

$$c(0_+) = \frac{K}{K_M}, \quad c(\infty) = \frac{1}{K_P}, \quad (38)$$

unde K_M este factorul static de proporționalitate al modelului procesului compensat.

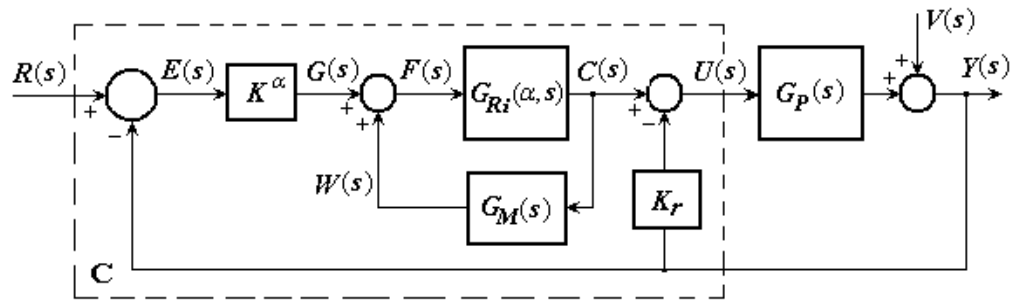


Fig. 5.20. Schema sistemului de reglare cu proces compensat și regulator P_α -IMC.

Regulatorul intern al algoritmului P_α -IMC are funcția de transfer

$$G_{R_i}(s) = \frac{(T_{M2}s + 1)^2}{K_M \left(T_{M2}/K^{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot s + 1 \right)^2}, \quad T_{M2} \cong \frac{T_{tr95}}{4,74} = \frac{T_{s95} - T_m}{4,74}, \quad (39)$$

unde $\alpha \in [0, 1]$. Influența factorului de acordare K al algoritmului de reglare P_α -IMC asupra acțiunii de reglare este cu atât mai puternică cu cât factorul de ponderare α este mai mare. În aplicații practice, recomandăm valoarea $\alpha = 0,2$.